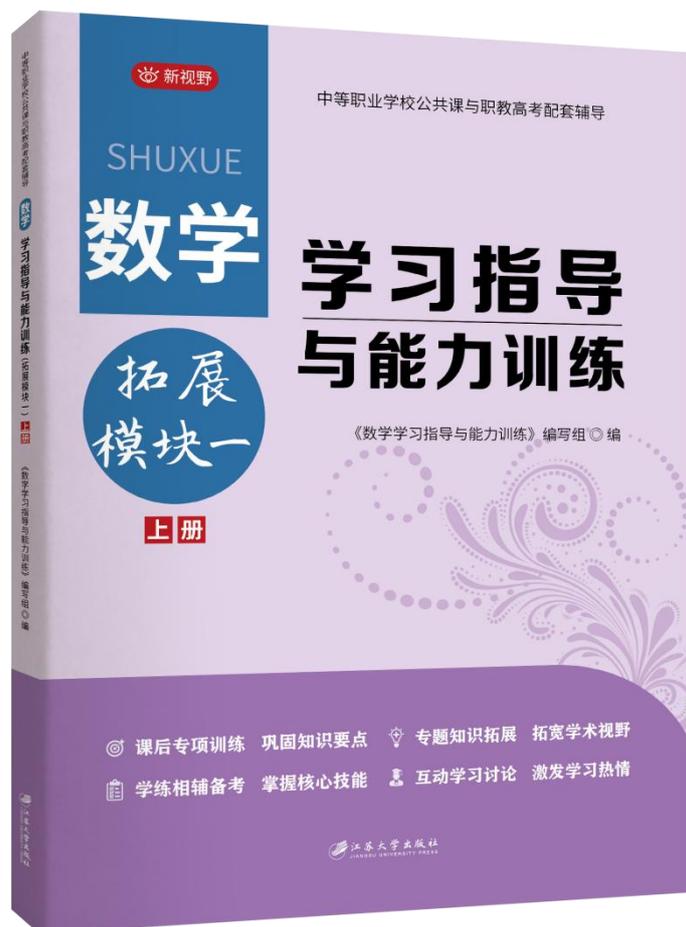


# 数学学习指导与能力训练 (拓展模块一)·上册



类目：配套辅导

书名：数学学习指导与能力训练(拓展模块一)·上册

主编：编写组

出版社：江苏大学出版社

开本：大16开

书号：978-7-5684-2294-9

使用层次：通用

出版时间：2024年11月

定价：39.00元

印刷方式：双色

是否有资源：是

责任编辑：孙文婷  
封面设计：旗语书装

## 中等职业学校公共课与职教高考配套辅导

- ◆ 语文学习指导与能力训练(基础模块)·上册
- ◆ 语文学习指导与能力训练(基础模块)·下册
- ◆ 语文学习指导与能力训练(职业模块)
- ◆ 语文学习指导与能力训练(拓展模块)
- ◆ 数学学习指导与能力训练(基础模块)·上册
- ◆ 数学学习指导与能力训练(基础模块)·下册
- ◆ **数学学习指导与能力训练(拓展模块一)·上册**
- ◆ 数学学习指导与能力训练(拓展模块一)·下册
- ◆ 英语学习指导与能力训练(基础模块)·1
- ◆ 英语学习指导与能力训练(基础模块)·2
- ◆ 英语学习指导与能力训练(基础模块)·3
- ◆ 英语学习指导与能力训练(拓展模块)
- ◆ 信息技术学习指导与能力训练(基础模块)·上册
- ◆ 信息技术学习指导与能力训练(基础模块)·下册

中等职业学校公共课与职教高考配套辅导

数学

学习指导与能力训练(拓展模块一)

上册

新视野

SHUXUE

数学

拓展  
模块一

上册

中等职业学校公共课与职教高考配套辅导

# 学习指导 与能力训练

《数学学习指导与能力训练》编写组 编

- ◎ 课后专项训练 巩固知识要点
- 💡 专题知识拓展 拓宽学术视野
- 📅 学练相辅备考 掌握核心技能
- 🗨️ 互动学习讨论 激发学习热情



配套参考答案  
请扫描二维码



ISBN 978-7-5684-2294-9

定价：39.00元

江苏大学出版社

江苏大学出版社  
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

新视野

中等职业学校公共课与职教高考配套辅导

SHUXUE

数学

# 学习指导 与能力训练

拓展  
模块一

《数学学习指导与能力训练》编写组 © 编

上册

江苏大学出版社  
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

镇江

图书在版编目 (CIP) 数据

数学学习指导与能力训练：拓展模块一·上册 / 《  
数学学习指导与能力训练》编写组编. -- 镇江：江苏大  
学出版社，2024. 8. -- ISBN 978-7-5684-2294-9

I. G634. 603

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2024G5U347 号

数学学习指导与能力训练：拓展模块一·上册

Shuxue Xuexi Zhidao Yu Nengli Xunlian; Tuozhan Mokuai Yi. Shangce

编 者 / 《数学学习指导与能力训练》编写组

责任编辑 / 孙文婷

出版发行 / 江苏大学出版社

地 址 / 江苏省镇江市京口区学府路 301 号 (邮编: 212013)

电 话 / 0511-84446464 (传真)

网 址 / <http://press.ujs.edu.cn>

排 版 / 北京万典文化传播有限公司

印 刷 / 唐山唐文印刷有限公司

开 本 / 889 mm×1 194 mm 1/16

印 张 / 8

字 数 / 162 千字

版 次 / 2024 年 8 月第 1 版

印 次 / 2024 年 8 月第 1 次印刷

书 号 / ISBN 978-7-5684-2294-9

定 价 / 39.00 元

如有印装质量问题请与本社营销部联系 (电话: 0511-84440882)



# 前言

## PREFACE

2020年版《中等职业学校数学课程标准》中，中等职业学校数学课程的教学目标如下：全面贯彻党的教育方针，落实立德树人根本任务。在完成义务教育的基础上，通过中等职业学校数学课程的学习，使学生获得继续学习、未来工作和发展所必需的数学基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验，具备一定的从数学角度发现和提出问题的能力、运用数学知识和思想方法分析和解决问题的能力。

为了适应当前中等职业学校教学改革的需要，我们在充分研究2020年版《中等职业学校数学课程标准》，以及综合考虑中职学生的年龄特点、兴趣爱好和实际学习水平的基础上，根据《数学（拓展模块一）上册》教材内容编写了本书，将其作为同步辅导与能力训练用书。

**总体而言，本书具有以下特色：**

**1. 夯实基础，提升能力** 每章设有“知识框图”，对整体知识进行梳理。每节设有“知识回顾”“典例解析”“专项小练”3个模块。其中，与教材知识相对应的“知识回顾”可帮助学生掌握和巩固基础知识；“典例解析”对经典题型进行梳理讲解；“专项小练”可提升学生对知识的应用能力。

**2. 同步训练，难度适中** 本书与数学教材的思路同步，每章均根据《中等职业学校数学课程标准》中要求的知识和能力进行针对训练，且难度适中，有利于学生形成良好的数学素养和应用能力。

在编写过程中，我们参考了一些相关的学习资料，在此向这些资料的作者表示衷心的感谢。由于编者水平有限，书中难免存在疏漏与不足，敬请广大读者批评指正。

编者

2024年6月





<b>第 1 章 充要条件</b> .....	1
知识框图 .....	2
学习目标 .....	2
重难点提要 .....	2
1.1 充分条件和必要条件 .....	3
1.2 充要条件 .....	11
<b>第 2 章 平面向量</b> .....	16
知识框图 .....	17
学习目标 .....	17
重难点提要 .....	17
2.1 向量的概念 .....	18
2.2 向量的线性运算 .....	26
2.3 向量的内积 .....	34
2.4 向量的坐标表示 .....	40
<b>第 3 章 圆锥曲线</b> .....	46
知识框图 .....	47
学习目标 .....	47
重难点提要 .....	47
3.1 椭圆 .....	48
3.2 双曲线 .....	56
3.3 抛物线 .....	64



**第4章 立体几何** ..... 71

知识框图	72
学习目标	73
重难点提要	73
4.1 平面	74
4.2 直线与直线的位置关系	83
4.3 直线与平面的位置关系	91
4.4 平面与平面的位置关系	98

**第5章 复数** ..... 108

知识框图	109
学习目标	109
重难点提要	109
5.1 复数的概念与意义	110
5.2 复数的运算	114
5.3 实系数一元二次方程的解法	118

# 第1章

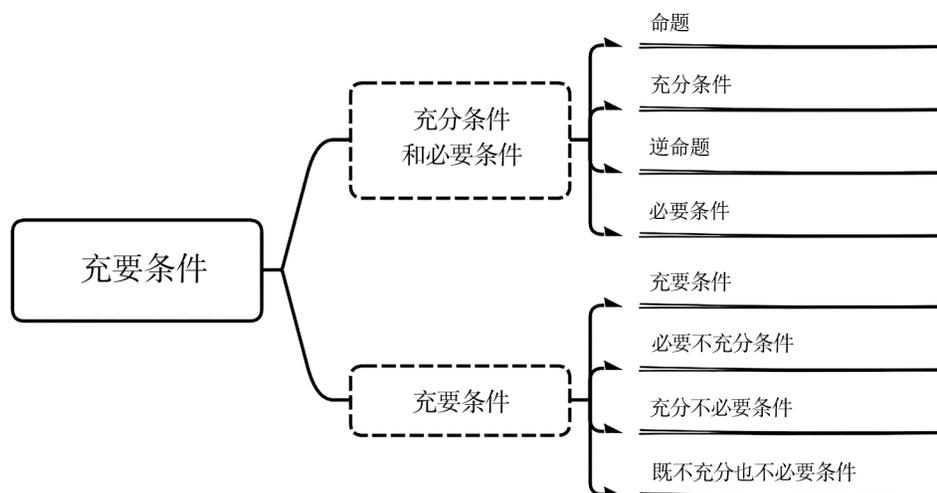
## 充要条件



$$x^2 + y^2$$

$\pi$

## 知识框图



## 学习目标

1. 了解命题、逆命题、充分条件和必要条件的定义；
2. 能够根据命题写出对应逆命题；
3. 掌握充要条件的判断方法.

## 重难点提要

### 重点

命题、逆命题、充分条件、必要条件、充要条件、必要不充分条件、充分不必要条件、既不充分也不必要条件

### 难点

命题、逆命题、充要条件

## 1.1 充分条件和必要条件

上帝创造了整数,所有其余的数都是人造的.

——克罗内克

### 知识回顾

1. 命题的相关概念:可判断真假的陈述句称为\_\_\_\_\_.判断为真的命题称为\_\_\_\_\_,判断为假的命题称为\_\_\_\_\_.通常,我们将“如果 $p$ ,那么 $q$ ”这种形式的命题中的 $p$ 称为\_\_\_\_\_,简称条件; $q$ 称为\_\_\_\_\_,简称结论.

2. 充分条件:若命题“如果 $p$ ,那么 $q$ ”是\_\_\_\_\_,即由条件 $p$ 可以推出结论 $q$ ,则称条件 $p$ 是结论 $q$ 的充分条件,记作\_\_\_\_\_.

3. 逆命题:若将命题“如果 $p$ ,那么 $q$ ”中的条件 $p$ 和结论 $q$ 互换,变成“\_\_\_\_\_”,则称这个命题为原命题的逆命题.

4. 必要条件:若命题“如果 $p$ ,那么 $q$ ”的逆命题“如果 $q$ ,那么 $p$ ”是\_\_\_\_\_,则称条件 $p$ 是结论 $q$ 的必要条件,记作\_\_\_\_\_.

### 典例解析

例1 “ $x=1$ ”是“ $x^2=1$ ”的\_\_\_\_\_条件.

解析:由“ $x=1$ ”能推出“ $x^2=1$ ”,但由“ $x^2=1$ ”不能推出“ $x=1$ ”,所以“ $x=1$ ”是“ $x^2=1$ ”的充分条件.

答案:充分

例2 “ $a$ 是整数”是“ $a$ 是正整数”的\_\_\_\_\_条件.

解析:由“ $a$ 是整数”不能推出“ $a$ 是正整数”,但由“ $a$ 是正整数”能推出“ $a$ 是整数”,所以“ $a$ 是整数”是“ $a$ 是正整数”的必要条件.

答案:必要

例3 下列命题中,是真命题的是( )



A.  $\{\emptyset\}$  是空集

B.  $\{x \in \mathbf{N} \mid |x-1| < 3\}$  是无限集

C.  $\pi$  是有理数

D. 方程  $x^2 - 5x = 0$  的根是自然数

**解析:** 对于 A,  $\{\emptyset\}$  有元素  $\emptyset$ , 所以不是空集, 故 A 不是真命题, A 错误;

对于 B,  $\{x \in \mathbf{N} \mid |x-1| < 3\}$ , 即  $\{x \in \mathbf{N} \mid -2 < x < 4\}$ , 也即  $\{0, 1, 2, 3\}$ , 为有限集, 故 B 不是真命题, B 错误;

对于 C,  $\pi$  是无理数, 故 C 不是真命题, C 错误;

对于 D, 方程  $x^2 - 5x = 0$  的根 0 和 5 是自然数, 故 D 是真命题, D 正确.

**答案:** D

## 专项小练

### 一、选择题

1. “e 是无限不循环小数, 所以 e 为无理数.” 该命题是演绎推理中的三段论推理, 其中大前提是( )

- A. 无理数是无限不循环小数
- B. 有限小数或有限循环小数为有理数
- C. 无限不循环小数是无理数
- D. 无限小数为无理数

2. 唐代诗人王维, 字摩诘, 在后世有“诗佛”之称, 北宋苏轼评曰“味摩诘之诗, 诗中有画; 观摩诘之画, 画中有诗”. 在王维《相思》这首诗中, 哪一句可以作为命题( )

- A. 红豆生南国
- B. 春来发几枝
- C. 愿君多采撷
- D. 此物最相思

3. 下列语句中, 是命题的语句的个数为( )

- ①空集是任何集合的子集;
- ②  $x^2 - 3x - 4 = 0$ ;
- ③  $3x - 2 > 0$ ;
- ④垂直于同一条直线的两直线必平行吗?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

4. 下列语句中是命题的个数为( )

- ①  $-5 \in \mathbf{Z}$ ;
- ②  $\pi$  不是实数;

③大边所对的角大于小边所对的角；

④ $\sqrt{2}$ 是无理数.

A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

5. 下列语句是命题的是(     )

①三角形的内角和等于  $180^\circ$ ；

② $2 > 3$ ；

③一个数不是正数就是负数；

④ $x > 2$ ；

⑤这座山真险啊！

A. ①②③                      B. ①③④

C. ①②⑤                      D. ②③⑤

6. 命题“平行四边形的对角线既互相平分,也互相垂直”的结论是(     )

A. 这个四边形的对角线互相平分

B. 这个四边形的对角线互相垂直

C. 这个四边形的对角线既互相平分,也互相垂直

D. 这个四边形是平行四边形

7. 已知命题“正方形的对角线互相垂直平分”,则(     )

A. 该命题是假命题

B. 该命题的条件是对角线互相垂直平分

C. 该命题的逆否命题是假命题

D. 该命题是“ $p \wedge q$ ”形式的命题

8. 下列语句中是命题的个数为(     )

① $\{0\} \in \mathbf{N}$ ；

②他长得很高；

③地球上的四大洋；

④5的平方是20.

A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

9. 下列语句中是命题的有(     )

①长方形绕一条直线旋转一周所形成的几何体是圆柱；



② $3x-2>0$ ;

③垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?

④把门关上.

- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

10. 下列语句中是命题的是( )

A. 两个周期函数的和是周期函数吗?

B.  $\sin 45^\circ=1$

C.  $x^2+2x-1>0$

D. 梯形是不是平面图形呢?

11. 给出下列命题:

①第二象限角大于第一象限角;

②三角形的内角是第一象限角或第二象限角;

③不论是用角度制还是用弧度制度量一个角,都与扇形所对半径的大小无关;

④若  $\sin \alpha = \sin \beta$ , 则  $\alpha$  与  $\beta$  的终边相同;

⑤若  $\cos \theta < 0$ , 则  $\theta$  是第二或第三象限的角.

其中正确命题的个数是( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

12. “若  $a > 1$ , 则函数  $f(x) = a^x$  是增函数”( )

A. 不是命题

B. 是真命题

C. 是假命题

D. 是命题, 真假与  $x$  的取值有关

13. 下列语句是命题的是( )

A. 偶函数的和是偶函数吗?

B.  $\sin 45^\circ = \sqrt{3}$

C. 参加 2014 年巴西世界杯的足球队员

D.  $x^2 - 4x - 3 = 0$

14. 下列语句不是命题的有( )

①若  $a > b, b > c$ , 则  $a > c$ ;

② $x > 2$ ;

③ $3 < 4$ ;

④函数  $y = a^x$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 在  $\mathbf{R}$  上是增函数.

- A. 0个                      B. 1个                      C. 2个                      D. 3个

15. 给出下列语句:

① $\sqrt{3}$ 的值是无限循环小数;

② $x^2 > x$ ;

③ $\triangle ABC$ 的两角之和;

④毕业班的学生.

其中不是命题的是( )

A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

16. 下列结论错误的是( )

A. 不大于0的数一定不大于1

B. 367人中一定有同月同日出生的两个人

C. 如果今天是星期五,那么2000天后是星期四

D. 若点 $P$ 到 $\triangle ABC$ 三边的距离相等,则 $P$ 未必是 $\triangle ABC$ 的内心

17. 给出下列6个关系:

① $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$ ;

② $\sqrt{3} \in \mathbf{Z}$ ;

③ $0 \notin \mathbf{N}^*$ ;

④ $\sqrt{4} \notin \mathbf{N}$ ;

⑤ $\pi \notin \mathbf{Q}$ ;

⑥ $|-2| \notin \mathbf{Z}$ .

其中正确命题的个数为( )

A. 4

B. 2

C. 3

D. 5

18. 下面说法正确的有( )

①第二象限角大于第一象限角;

②三角形的内角是第一象限角或第二象限角;

③钝角是第二象限角.

A. 0个

B. 1个

C. 2个

D. 3个

19. 下列命题是真命题的是( )

A.  $5 > 2$  且  $7 > 8$

B.  $3 > 4$  或  $3 < 4$

C.  $9 \leq 7$

D. 方程  $x^2 - 3x + 4 = 0$  有实根

20. 命题“在三角形中,大边对大角”改写成“若 $p$ ,则 $q$ ”的形式为( )



- A. 在三角形中,若一边较大,则其所对角较大
- B. 在三角形中,若一角较大,则其所对边较大
- C. 若某平面图形是三角形,则其大边对大角
- D. 若某平面图形是三角形,则其大角对大边

21. 如果命题“若  $m < 3$ , 则  $q$ ”为真命题,那么该命题的结论  $q$  可以是( )

- A.  $m < 2$
- B.  $m < 4$
- C.  $m > 2$
- D.  $m > 4$

22. 给出下列几个命题:

- ①在圆柱的上、下底面的圆周上各取一点,这两点的连线是圆柱的母线;
- ②底面为正多边形,且有相邻两个侧面与底面垂直的棱柱是正棱柱;
- ③棱台的上、下底面可以不相似,但侧棱长一定相等.

其中正确命题的个数是( )

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

23. 某个命题与正整数有关,如果当  $n = k (k \in \mathbf{N}^*)$  时,该命题成立,那么可推得当  $n = k + 1$  时,该命题也成立. 现在已知当  $n = 5$  时,该命题不成立,那么可推得( )

- A. 当  $n = 6$  时,该命题不成立
- B. 当  $n = 6$  时,该命题成立
- C. 当  $n = 4$  时,该命题不成立
- D. 当  $n = 4$  时,该命题成立

24. 命题“若  $a > 2018$ , 则  $a > 2017$ ”的逆命题是( )

- A. 若  $a > 2017$ , 则  $a > 2018$
- B. 若  $a \leq 2017$ , 则  $a > 2018$
- C. 若  $a > 2017$ , 则  $a \leq 2018$
- D. 若  $a \leq 2017$ , 则  $a \leq 2018$

25. 命题“若两个三角形全等,则这两个三角形的面积相等”的逆命题是( )

- A. 若两个三角形的面积相等,则这两个三角形全等
- B. 若两个三角形不全等,则这两个三角形的面积相等
- C. 若两个三角形的面积相等,则这两个三角形不全等
- D. 若两个三角形不全等,则这两个三角形的面积不相等

26. 命题“若一个数是负数,则它的平方是正数”的逆命题是( )

- A. 若一个数是负数,则它的平方不是正数
- B. 若一个数的平方是正数,则它是负数
- C. 若一个数不是负数,则它的平方不是正数

D. 若一个数的平方不是正数,则它不是负数

27. 已知实数  $a > b > 0$ , 则下列选项可作为  $a - b < 1$  的充分条件的是( )

A.  $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 1$

B.  $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{2}$

C.  $2^a - 2^b = 1$

D.  $\log_2 a - \log_2 b = 1$

## 二、填空题

1. 有下列语句:

①集合  $\{a, b\}$  有 2 个子集;

②  $x^2 - 4 \leq 0$ ;

③今天天气真好啊;

④若  $A \cup B = A \cap B$ , 则  $A = B$ .

其中真命题的序号为\_\_\_\_\_.

2. 给出下列命题:

①  $\sqrt{a^2} = a$ ;

②  $(A \cup B) \subseteq A$ ;

③  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ;

④如果两个角的和等于  $180^\circ$ , 那么这两个角互为邻补角.

正确的是\_\_\_\_\_. (只填序号)

3. 能够证明“对任意的  $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ , 若  $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$ , 则  $\alpha = \beta$ ”是假命题的角  $\alpha, \beta$  是\_\_\_\_\_.

4. 命题“当  $c > 0$  时, 若  $a > b$ , 则  $ac > bc$ ”的逆命题是\_\_\_\_\_.

5. 命题“若  $a > 3$ , 则  $a > 5$ ”的逆命题是\_\_\_\_\_.

6. 下列语句是命题的是\_\_\_\_\_, 其中是真命题的是\_\_\_\_\_. (只填序号)

①等边三角形是等腰三角形吗?

②作三角形的一个内角平分线.

③在三角形中, 大边对大角, 小边对小角.

④若  $x + y$  为有理数, 则  $x, y$  也都是有理数.

⑤  $x > 8$ .



### 三、解答题

1. 把下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并判断真假.

- (1) 体对角线相等的四棱柱是长方体;
- (2) 能被 10 整除的数既能被 2 整除又能被 5 整除;
- (3) 正弦值相等的两个角的终边相同.

2. 将下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并判断其真假.

- (1) 正方形既是矩形又是菱形;
- (2) 同弧所对的圆周角不相等;
- (3) 方程  $x^2 - x + 1 = 0$  有两个实根.

3. 判断下列命题的真假.

- (1)  $\pi$  是无理数或  $\pi$  是实数;
- (2) 函数  $y = 2^x$  的定义域是  $(0, +\infty)$  或函数  $y = 2^x$  的值域是  $\mathbf{R}$ ;
- (3) 互斥事件是对立事件或对立事件是互斥事件.

## 1.2 充要条件

给我五个系数,我将画出一头大象;给我六个系数,大象将会摇动尾巴.

——柯西

### 知识回顾

1. 充要条件:若命题“如果  $p$ , 那么  $q$ ”是\_\_\_\_\_, 其逆命题“如果  $q$ , 那么  $p$ ”也是\_\_\_\_\_, 即  $p \Rightarrow q$  且  $p \Leftarrow q$ , 则称  $p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_, 简称充要条件, 有时也称  $p$  与  $q$  等价, 记为\_\_\_\_\_.

2. 必要不充分条件:若命题“如果  $p$ , 那么  $q$ ”是假命题, 其逆命题“如果  $q$ , 那么  $p$ ”是真命题, 则称  $p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_, 但不是\_\_\_\_\_, 简称必要不充分条件.

3. 充分不必要条件:若命题“如果  $p$ , 那么  $q$ ”是真命题, 其逆命题“如果  $q$ , 那么  $p$ ”是假命题, 则称  $p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_, 但不是\_\_\_\_\_, 简称充分不必要条件.

4. 既不充分也不必要条件:若命题“如果  $p$ , 那么  $q$ ”是假命题, 其逆命题“如果  $q$ , 那么  $p$ ”也是假命题, 则称  $p$  既不是  $q$  的\_\_\_\_\_, 也不是  $q$  的\_\_\_\_\_, 简称既不充分也不必要条件.

### 典例解析

例4 “ $2x > 6$ ”是“ $x > 3$ ”的\_\_\_\_\_条件.

解析:由“ $2x > 6$ ”能推出“ $x > 3$ ”, 由“ $x > 3$ ”也能推出“ $2x > 6$ ”, 所以“ $2x > 6$ ”是“ $x > 3$ ”的充要条件.

答案:充要

例5 “ $a > b > 0$ ”是“ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”的( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件



解析:由  $a > b > 0$ , 得  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} < 0$ , 即  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ .

但若  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ , 取  $a = -1, b = 1$ , 则  $a > b > 0$  不成立.

所以“ $a > b > 0$ ”是“ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”的充分不必要条件.

答案:A

例6 设  $a \in \mathbf{R}$ , 则“ $a(a-3) > 0$ ”是“ $a > 3$ ”的( )

- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件

解析:因为  $a(a-3) > 0 \Rightarrow a < 0$  或  $a > 3$ , 所以  $a(a-3) > 0 \not\Rightarrow a > 3, a > 3 \Rightarrow a(a-3) > 0$ , 所以“ $a(a-3) > 0$ ”是“ $a > 3$ ”的必要不充分条件.

答案:B

## 专项小练

### 一、选择题

- “ $x^2 = 4$ ”是“ $x^3 = 8$ ”成立的( )  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- “ $\sin \alpha = 0$ ”是“ $\cos \alpha = 1$ ”的( )  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- 常言道:“不经历风雨,怎能见彩虹.”就此话而言,“经历风雨”是“见彩虹”的( )  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- “ $x > 1$ ”是“ $x > 2$ ”的( )  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- 已知  $a, b$  为实数, 则“ $a^3 < b^3$ ”是“ $a < b$ ”的( )  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知  $m > 0$ , 则“ $a > b$ ”是“ $am > bm$ ”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 《红楼梦》《西游记》《水浒传》《三国演义》为我国四大名著, 其中罗贯中所著《三国演义》中的经典战役赤壁之战是中国历史上以弱胜强的著名战役之一. 东汉建安十三年(公元208年), 曹操率二十万众顺江而下, 周瑜、程普各自督领一万五千精兵, 与刘备军一起逆江而上, 与曹军相遇在赤壁, 最后用火攻大败曹军. 第49回诸葛亮密书“欲破曹公, 宜用火攻; 万事俱备, 只欠东风”, 这里的“东风”是“赤壁之战东吴打败曹操”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. “ $x > 1$  且  $y > 2$ ”是“ $x + y > 3$ ”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 已知  $x \in \mathbf{R}$ , 则“ $x^3 > 8$ ”是“ $|x| > 2$ ”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 已知  $a, b, c, d$  为实数, 且  $c > d$ , 则“ $a > b$ ”是“ $a - c > b - d$ ”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

11. “ $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ”是“ $\sin \alpha = 1$ ”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 既不充分也不必要条件 D. 充要条件

12. “ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

13. 若  $a \in \mathbf{R}$ , 则“ $a = 1$ ”是“ $|a| = 1$ ”的( )

A. 充分条件 B. 必要条件

C. 既不充分也不必要条件 D. 无法判断



14. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$ , 则“ $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ”是“ $\vec{a} = \pm \vec{b}$ ”的( )
- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
15. 三沙市, 地处海南省南部. 根据所给信息可得“小张在海南省”是“小张在三沙市”的( )
- A. 充分不必要条件                      B. 充要条件  
C. 必要不充分条件                      D. 既不充分也不必要条件
16. 王昌龄《从军行》中有两句诗为“黄沙百战穿金甲, 不破楼兰终不还”, 其中“攻破楼兰”是“返回家乡”的( )
- A. 充要条件                                B. 充分不必要条件  
C. 必要不充分条件                      D. 既不充分也不必要条件

## 二、填空题

1. 若“ $|x| > 1$ ”是“ $x < a$ ”的必要不充分条件, 则  $a$  的最大值为\_\_\_\_\_.
2. 若“ $x \geq 1$ ”是“ $x \geq m$ ”的充分不必要条件, 则实数  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
3. 已知  $p: 1 < x < 4, q: 1 < x < m - 2$ . 若  $q$  是  $p$  的必要不充分条件, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
4. 已知  $p: |x + 1| < 2, q: a < x < a + 1$ . 若  $p$  是  $q$  的必要不充分条件, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
5. 若“ $x > 3$ ”是“ $x > a$ ”的充分不必要条件, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
6. 命题“ $a > b$  是  $a + c > b + c$  成立的充要条件”是\_\_\_\_\_命题. (选填“真”“假”)
7. “ $a \neq 0$ ”是“ $ab \neq 0$ ”的\_\_\_\_\_. (选填“充分不必要条件”“必要不充分条件”“既不充分也不必要条件”“充要条件”)
8. 王安石在《游褒禅山记》中写道:“世之奇伟、瑰怪、非常之观, 常在于险远, 而人之所罕至焉, 故非有志者不能至也.”那么“有志”是“能到达奇伟、瑰怪、非常之观”的\_\_\_\_\_条件. (选填“充分不必要”“必要不充分”“充要”)
9. “ $x^2 - 3x + 2 < 0$ ”是“ $-1 < x < 2$ ”的\_\_\_\_\_条件.
10. 若“ $x > 2$ ”是“ $x > m$ ”的必要不充分条件, 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
11. “函数  $f(x) = ax^2 - \sin x$  是奇函数”的充要条件是实数  $a =$ \_\_\_\_\_.
12. 若“ $x > a^2$ ”的一个充分不必要条件是“ $x > 2$ ”, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13. “ $x=2$ ”是“ $(x+1)(x-2)=0$ ”的\_\_\_\_\_条件.
14. 写出使不等式  $x^2-x-2<0$  成立的一个必要不充分条件:\_\_\_\_\_.
15. 已知集合  $A=\{x|x^2-4=0\}$ ,  $B=\{x|ax-2=0\}$ , 若  $x\in A$  是  $x\in B$  的必要不充分条件, 则实数  $a$  的所有可能取值构成的集合为\_\_\_\_\_.
16. 下列说法正确的是\_\_\_\_\_.
- ①若  $3^a=\left(\frac{2}{3}\right)^b=2$ , 则  $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$  的值为 1;
- ②已知  $a>0, b>0, \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=4$ , 则  $a+4b$  的最小值为 9;
- ③设  $x\in\mathbf{R}$ , 则“ $x^2-5x<0$ ”是“ $|x-1|<1$ ”的充分不必要条件.
17. 使得“ $2^x>4^{x^2}$ ”成立的一个充分不必要条件是\_\_\_\_\_.
18. 已知集合  $A=\{x|2-a\leq x\leq 2+a\}$ ,  $B=\{x|1<x<6\}$ , 若“ $x\in A$ ”是“ $x\in B$ ”的充分不必要条件, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
19. 已知  $p$ : 关于  $x$  的方程  $ax^2+bx+c=0$  有两个异号实数根,  $q: ac<-1$ , 则  $p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_条件.

### 三、解答题

1. 已知命题  $p: x^2-6x+8<0$ , 命题  $q: m-2<x<m+1$ .
- (1) 若命题  $p$  为真命题, 求实数  $x$  的取值范围;
- (2) 若  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 求实数  $m$  的取值范围.
2. 设集合  $A=\{x|x^2+3x+2=0\}$ ,  $B=\{x|x^2+(m+1)x+m=0\}$ .
- (1) 用列举法表示集合  $A$ ;
- (2) 若  $x\in B$  是  $x\in A$  的充分不必要条件, 求实数  $m$  的值.

# 第2章

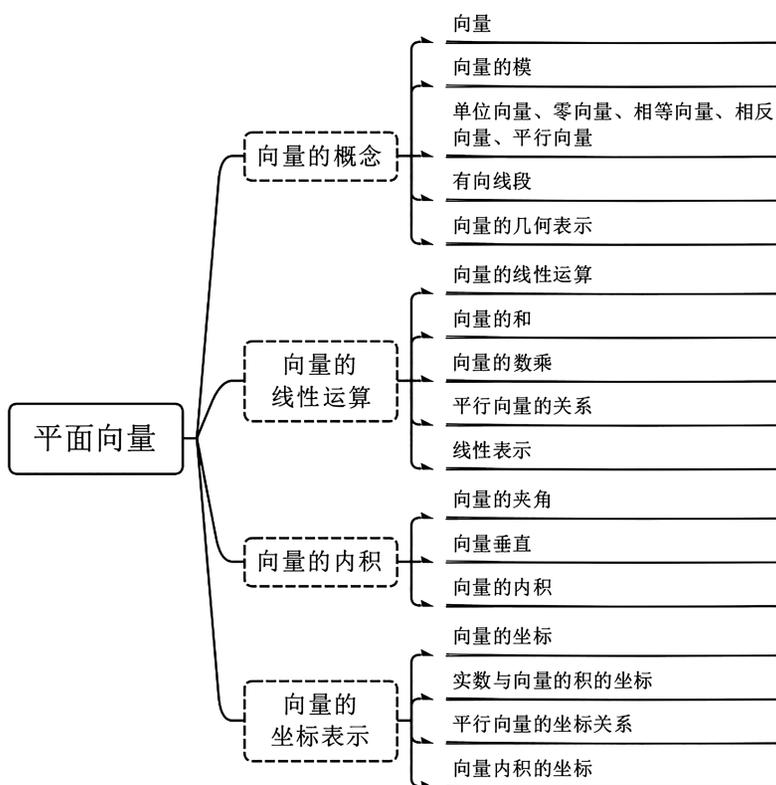
## 平面向量



$$x^2 + y^2$$

$\pi$

 知识框图



 学习目标

1. 理解向量的相关概念与意义；
2. 掌握向量线性运算的方法；
3. 掌握向量内积的计算方法；
4. 能够用坐标对向量及向量运算进行表示.

 重难点提要

**重点**

向量的模、单位向量、零向量、相等向量、相反向量、平行向量、向量的几何表示、向量的线性运算、向量的和、向量的数乘、平行向量的关系、线性表示、向量的夹角、向量垂直、向量的内积、向量的坐标、平行向量的坐标关系、向量内积的坐标

**难点**

向量的模、向量的几何表示、向量的线性运算、向量的数乘、向量的夹角、向量垂直、向量的内积、向量内积的坐标



## 2.1 向量的概念

数无形时少直觉,形少数时难入微,数与形,本是相倚依,焉能分作两边飞.

——华罗庚

### 知识回顾

1. 向量:在数学中,把既有\_\_\_\_\_又有\_\_\_\_\_的量,称为向量.
2. 向量的模:向量 $\vec{a}$ 的大小也称为向量 $\vec{a}$ 的模,记作\_\_\_\_\_.
3. 单位向量:\_\_\_\_\_的向量称为单位向量.
4. 零向量:\_\_\_\_\_的向量称为零向量,记作\_\_\_\_\_.零向量的方向是\_\_\_\_\_.
5. 有向线段:一般地,把具有\_\_\_\_\_的线段称为有向线段.
6. 向量的几何表示:一般地,人们常用\_\_\_\_\_来表示向量,有向线段的长度表示\_\_\_\_\_,有向线段的方向表示\_\_\_\_\_.
7. 相等向量:一般地,模相等且\_\_\_\_\_的两个向量称为相等向量.向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 相等时,记作\_\_\_\_\_.
8. 相反向量:与非零向量 $\vec{a}$ 的模相等、\_\_\_\_\_的向量称为 $\vec{a}$ 的相反向量,记作\_\_\_\_\_.零向量的相反向量仍是\_\_\_\_\_.
9. 平行向量:一般地,方向相同或相反的两个非零向量称为\_\_\_\_\_.当向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行时,记作\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_与任何一个向量平行,即对于任意向量 $\vec{a}$ ,都有\_\_\_\_\_.平行向量也称\_\_\_\_\_.

### 典例解析

例1 已知四边形 $ABCD$ 为平行四边形,点 $O$ 为 $AC$ 与 $BD$ 的交点,则相等向量是( )

- A.  $\vec{OA}$  与  $\vec{OC}$       B.  $\vec{DO}$  与  $\vec{OB}$       C.  $\vec{AC}$  与  $\vec{DB}$       D.  $\vec{AB}$  与  $\vec{CD}$

**解析:** 本题考查相等向量的定义: 模相等且方向相同的向量为相等向量.

**答案:** B

**例 2** 已知非零向量  $\vec{a}$  与向量  $\vec{b}$  互为负向量, 则下列结论不正确的是( )

A.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

B.  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$

C.  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  共线

D.  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的模相等

**解析:** 本题考查负向量的定义: 模相等且方向相反的向量互为负向量.

**答案:** B

**例 3** 向量  $\vec{a}$  与向量  $\vec{b}$  共线的充要条件是( )

A. 向量  $\vec{a}$  与向量  $\vec{b}$  的方向相同

B. 向量  $\vec{a}$  与向量  $\vec{b}$  的方向相反

C. 向量  $\vec{a}$  与向量  $\vec{b}$  中有一个是零向量

D. 以上都正确

**解析:** 由共线向量的定义得向量共线包括: (1) 两个非零向量的方向相同; (2) 两个非零向量的方向相反; (3) 两个向量中至少有一个是零向量.

**答案:** D

## 专项小练

### 一、选择题

1. 下列说法错误的是( )

A.  $|\vec{CD}| = |\vec{DC}|$

B.  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  是单位向量, 则  $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2|$

C. 两个相同的向量的模相等

D. 单位向量均相等

2. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$ , 则“ $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ”是“ $\vec{a} = \pm \vec{b}$ ”的( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. 下列结论正确的是( )

A. 平行向量不一定是共线向量

B. 单位向量都相等

C. 零向量与任一向量的数量积为 0

D. 两个单位向量之和不可能是单位向量

4. 设  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  是两个单位向量, 则下列结论中正确的是( )

A.  $\vec{e}_1 = \vec{e}_2$

B.  $\vec{e}_1 // \vec{e}_2$

C.  $\vec{e}_1 = -\vec{e}_2$

D.  $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2|$



5. 已知点  $O$  是平行四边形  $ABCD$  的对角线的交点, 则( )

A.  $\vec{OA} = \vec{OC}$

B.  $\vec{AB} = \vec{CD}$

C.  $\vec{OD} \parallel \vec{BO}$

D.  $|\vec{AC}| = |\vec{BD}|$

6. 下列说法中不正确的是( )

A. 零向量与任一向量平行

B. 方向相反的两个非零向量不一定共线

C. 单位向量是模为 1 的向量

D. 方向相反的两个非零向量必不相等

7. 下列说法正确的是( )

A. 在正方形  $ABCD$  中,  $\vec{AC} = \vec{BD}$

B. 已知向量  $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$ , 则  $A, B, C, D$  四点必在同一条直线上

C. 零向量可以与任一向量共线

D. 零向量可以与任一向量垂直

8. 下列说法正确的个数是( )

①温度、速度、位移、功这些物理量是向量;

②零向量没有方向;

③向量的模一定是正数;

④非零向量的单位向量是唯一的.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

9. 下列说法正确的个数是( )

①身高是一个向量;

② $\angle AOB$  的两条边都是向量;

③温度含零上和零下温度, 所以温度是向量;

④物理学中的加速度是向量.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

10. 数轴上点  $A, B$  分别对应  $-1, 1$ , 则向量  $\vec{AB}$  的长度是( )

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

11. 下列说法正确的个数是( )

①数量可以比较大小, 向量也可以比较大小;

②方向不同的向量不能比较大小, 但同向的向量可以比较大小;

③向量的大小与方向有关.

- A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 3

12. 下列命题中正确的是(     )

- A. 共线向量都相等  
 B. 单位向量都相等  
 C. 平行向量不一定是共线向量  
 D. 模为 0 的向量与任意一个向量平行

13. 如图 2-1, 在圆  $O$  中, 向量  $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{AO}$  是(     )

- A. 有相同起点的向量                                      B. 共线向量  
 C. 模相等的向量    D. 相等向量

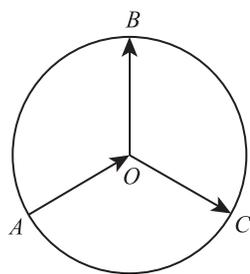


图 2-1

14. “ $\vec{a} = \vec{b}$ ”是“ $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ”的(     )

- A. 充分不必要条件                                      B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件

15. 下列说法错误的是(     )

- A. 向量  $\overrightarrow{AB}$  与  $\overrightarrow{BA}$  的长度相等  
 B. 两个相等向量若起点相同, 则终点相同  
 C. 共线的单位向量都相等  
 D. 只有零向量的模等于 0

16. 如图 2-2, 点  $O$  为正六边形  $ABCDEF$  的中心, 下列向量中, 与  $\overrightarrow{OA}$  相等的是(     )

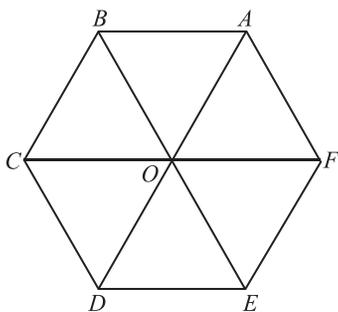


图 2-2

- A.  $\overrightarrow{DO}$                                       B.  $\overrightarrow{EO}$                                       C.  $\overrightarrow{FO}$                                       D.  $\overrightarrow{CO}$

17. 下列说法中正确的是(     )

- A. 单位向量都相等  
 B. 若  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| > |\vec{b}|$  且  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  同向, 则  $\vec{a} > \vec{b}$



C. 对于任意向量  $\vec{a}, \vec{b}$ , 必有  $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

D. 平行向量不一定是共线向量

18. 如图 2-3, 在四边形  $ABCD$  中, 若  $\vec{AB} = \vec{DC}$ , 则图中相等的向量是( )

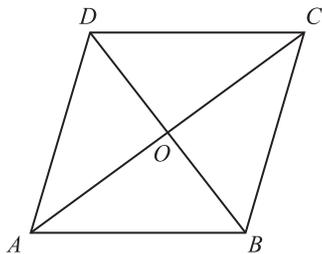


图 2-3

A.  $\vec{AO}$  与  $\vec{OC}$       B.  $\vec{OB}$  与  $\vec{OD}$       C.  $\vec{AD}$  与  $\vec{CB}$       D.  $\vec{AC}$  与  $\vec{BD}$

19. 设点  $O$  是正三角形  $ABC$  的中心, 则向量  $\vec{AO}, \vec{BO}, \vec{OC}$  是( )

A. 相等的向量      B. 模相等的向量

C. 共线向量      D. 共起点的向量

20. 下列说法正确的是( )

A. 单位向量均相等      B. 单位向量  $\vec{e} = 1$

C. 零向量与任意向量平行      D. 若向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ , 则  $\vec{a} = \pm \vec{b}$

21. 已知单位向量  $\vec{a}, \vec{b}$ , 则下列说法正确的是( )

A.  $\vec{a} = \vec{b}$       B.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$       C.  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$       D.  $\vec{a} // \vec{b}$

22. 下列命题正确的是( )

A. 零向量没有方向

B. 共线向量一定是相等向量

C. 若向量  $\vec{a}, \vec{b}$  同向, 且  $|\vec{a}| > |\vec{b}|$ , 则  $\vec{a} > \vec{b}$

D. 单位向量的模都相等

23. 下列命题中真命题的个数是( )

①温度、速度、位移、功都是向量;

②零向量没有方向;

③向量的模一定是正数;

④直角坐标平面上的  $x$  轴、 $y$  轴都是向量.

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

24. 给出下列四个说法:

- ①若 $|\vec{a}|=0$ ,则 $\vec{a}=\vec{0}$ ;
- ②若 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ ,则 $\vec{a}=\vec{b}$ 或 $\vec{a}=-\vec{b}$ ;
- ③若 $\vec{a}\parallel\vec{b}$ ,则 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ ;
- ④若 $\vec{a}\parallel\vec{b},\vec{b}\parallel\vec{c}$ ,则 $\vec{a}\parallel\vec{c}$ .

其中正确的说法有( )

- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

25. 下列说法错误的是( )

- A. 向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 的长度相同                      B. 单位向量的长度都相等  
 C. 向量的模是一个非负实数                      D. 零向量是没有方向的向量

26. 下列说法正确的是( )

- A. 零向量没有方向  
 B. 若 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}(\vec{a}\neq\vec{0})$ ,则 $\vec{b}=\vec{c}$   
 C. 长度相等的向量叫作相等向量  
 D. 两个有共同起点且相等的向量,其终点必相同

27. 给出下列命题:

- ①若 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ ,则 $\vec{a}=\vec{b}$ ;
- ② $\vec{a}=\vec{b}$ 的充要条件是 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ 且 $\vec{a}\parallel\vec{b}$ ;
- ③若 $A,B,C,D$ 是不共线的四点,则 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ 是四边形 $ABCD$ 为平行四边形的充要条件.

其中真命题的个数是( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

## 二、填空题

1. 向量“ $\vec{a}=\vec{b}$ ”是向量“ $\vec{a}\parallel\vec{b}$ ”的\_\_\_\_\_条件.

2. 关于空间向量的命题:

- ①方向不同的两个向量不可能是共线向量;
- ②长度相等、方向相同的向量是相等向量;
- ③平行且模相等的两个向量是相等向量;
- ④若 $\vec{a}\neq\vec{b}$ ,则 $|\vec{a}|\neq|\vec{b}|$ .

其中真命题的序号是\_\_\_\_\_.

3. 中国象棋中规定马走“日”,象走“田”.如图 2-4,在中国象棋的半个棋盘( $4\times 8$ 的矩形

中每个小方格都是单位正方形)中,若马在  $A$  处,则既可跳到  $A_1$  处,也可跳到  $A_2$  处,用向量  $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AA_2}$  表示马走了“一步”.若马在  $B$  或  $C$  处,则以  $B, C$  为起点表示马走了“一步”的向量共有\_\_\_\_\_个.

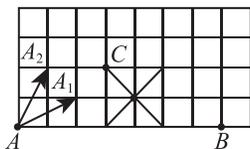


图 2-4

4. 如图 2-5,  $\triangle ABC$  和  $\triangle A'B'C'$  是在各边的三等分点处相交的两个全等的等边三角形, 设  $\triangle ABC$  的边长为  $a$ , 图中画出了若干个向量, 则

- (1) 与向量  $\overrightarrow{GH}$  相等的向量有\_\_\_\_\_;
- (2) 与向量  $\overrightarrow{GH}$  共线, 且模相等的向量有\_\_\_\_\_;
- (3) 与向量  $\overrightarrow{EA}$  共线, 且模相等的向量有\_\_\_\_\_.

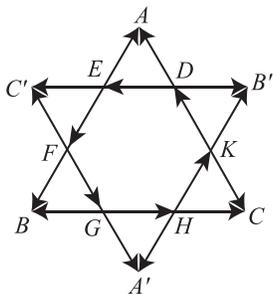


图 2-5

5. 下列说法中, 正确的序号是\_\_\_\_\_.

- ①零向量都相等;
- ②任一向量与它的平行向量不相等;
- ③若四边形  $ABCD$  是平行四边形, 则  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ;
- ④共线的向量, 若始点不同, 则终点一定不同.

6. 给出下列说法:

- ①零向量是没有方向的;
- ②零向量的长度为 0;
- ③零向量的方向是任意的;
- ④单位向量的模都相等.

其中正确的是\_\_\_\_\_. (填序号)

7. 当向量  $\vec{a}$  与任一向量都平行时, 向量  $\vec{a}$  一定是\_\_\_\_\_.

8. 如图 2-6,  $B, C$  是线段  $AD$  的三等分点, 分别以图中各点为起点或终点, 与  $\overrightarrow{AC}$  相等的向量是\_\_\_\_\_.

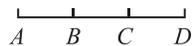


图 2-6

### 三、解答题

1. 如图 2-7, 某人从点  $A$  出发, 向西走了 200 m 后到达点  $B$ , 然后改变方向, 沿北偏西一定角度的某方向行走了  $100\sqrt{13}$  m 到达点  $C$ , 最后又改变方向, 向东走了 200 m 到达点  $D$ , 发现点  $D$  在点  $B$  的正北方.

(1) 作出向量  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$  (图中 1 个单位长度表示 100 m);

(2) 求向量  $\overrightarrow{DA}$  的模.

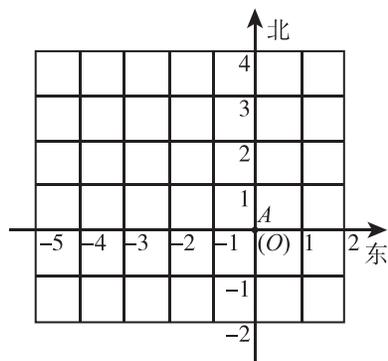


图 2-7



## 2.2 向量的线性运算

一门科学,只有当它成功地运用数学时,才能达到真正完善的地步.

——马克思

### 知识回顾

1. 向量的线性运算:向量的\_\_\_\_\_、减法运算和\_\_\_\_\_统称向量的线性运算.
2. 向量的和:一般地,对于平面内给定的两个不平行的非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$ ,在平面上任取一点 $A$ ,依次作 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{BC}=\vec{b}$ ,得到 $\triangle ABC$ ,则称向量 $\overrightarrow{AC}$ 为向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 的\_\_\_\_\_,也称向量 $\overrightarrow{AC}$ 为向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 的\_\_\_\_\_,记作\_\_\_\_\_.
3. 向量的加法:求两个向量的\_\_\_\_\_的运算称为向量的加法.
4. 三角形法则:把两个非零向量表示成有向线段并借助\_\_\_\_\_作出其和向量的方法,称为向量加法的三角形法则.
5. 平行四边形法则:给定两个非零向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ ,以线段 $AB$ 和 $AD$ 为邻边作\_\_\_\_\_,则向量 $\overrightarrow{AC}$ 就是向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 的和,这种作两个向量的\_\_\_\_\_的方法称为向量加法的平行四边形法则.
6. 向量的减法:\_\_\_\_\_称为向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的差,求两个向量的\_\_\_\_\_的运算称为向量的减法.
7. 数乘:实数 $\lambda$ 与向量 $\vec{a}$ 的乘积仍是一个向量,记作\_\_\_\_\_,该向量的模为 $|\lambda\vec{a}|=_____$ .当 $\lambda>0$ 时, $\lambda\vec{a}$ 的方向与 $\vec{a}$ 的方向\_\_\_\_\_;当 $\lambda<0$ 时, $\lambda\vec{a}$ 的方向与 $\vec{a}$ 的方向\_\_\_\_\_;当 $\lambda=0$ 时,因为 $\lambda\vec{a}=\vec{0}$ ,所以其方向是\_\_\_\_\_.
8. 数乘运算:一个数 $\lambda$ 与向量 $\vec{a}$ 的乘法运算称为\_\_\_\_\_的乘法运算,简称数乘运算.
9. 数乘运算法则:对于任意向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 及任意实数 $\lambda, \mu$ ,向量的数乘运算满足如下法则.
  - (1)  $(\lambda\mu)\vec{a} = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_;$
  - (2)  $(\lambda + \mu)\vec{a} = \_\_\_\_\_\_;$
  - (3)  $\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \_\_\_\_\_\_.$

10. 平行向量的关系: 当  $\vec{a} \neq \vec{0}$  时,  $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow$  存在实数  $\lambda$ , 使得\_\_\_\_\_.

11. 线性表示: 一般地, 若向量  $\vec{c} =$  \_\_\_\_\_ ( $\lambda, \mu$  均为实数), 则称向量  $\vec{c}$  可以由向量  $\vec{a}, \vec{b}$  线性表示.

### 典例解析

例4 填空.

(1)  $\vec{DE} + \vec{EF} =$  \_\_\_\_\_;

(2)  $\vec{AB} - \vec{AC} =$  \_\_\_\_\_;

(3)  $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{DA} =$  \_\_\_\_\_;

(4)  $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AC} =$  \_\_\_\_\_.

**解析:** 本题考查向量的加法运算和减法运算. (1)  $\vec{DE} + \vec{EF} = \vec{DF}$ . (2)  $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$ . (3)  $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CA} + \vec{AB} = \vec{CB}$ . (4)  $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AC} = \vec{AC} - \vec{AC} = \vec{0}$ .

**答案:** (1)  $\vec{DF}$ ; (2)  $\vec{CB}$ ; (3)  $\vec{CB}$ ; (4)  $\vec{0}$

例5 化简  $2(3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}) - 3(2\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c})$ .

**解析:** 本题考查向量的线性运算.  $2(3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}) - 3(2\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}) = 6\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c} - 6\vec{a} + 6\vec{b} - 9\vec{c} = 8\vec{b} - 13\vec{c}$ .

**答案:**  $8\vec{b} - 13\vec{c}$

例6 在平行四边形  $ABCD$  中,  $\vec{DA} + \vec{DC} - \vec{CB} =$  ( )

A.  $\vec{DB}$

B.  $\vec{BC}$

C.  $\vec{CD}$

D.  $\vec{DC}$

**解析:** 因为四边形  $ABCD$  为平行四边形(图 2-8), 所以  $\vec{DA} = \vec{CB}$ , 所以  $\vec{DA} + \vec{DC} - \vec{CB} = \vec{DC}$ .

**答案:** D

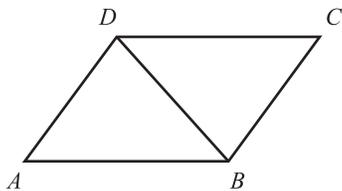


图 2-8



## 专项小练

### 一、选择题

1. 点  $P$  满足向量  $\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ , 则点  $P$  与  $AB$  的位置关系是( )
 

A. 点 $P$ 在线段 $AB$ 上	B. 点 $P$ 在线段 $AB$ 的延长线上
C. 点 $P$ 在线段 $AB$ 的反向延长线上	D. 点 $P$ 在直线 $AB$ 外
2. 已知向量  $\overrightarrow{AB} = \vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $\overrightarrow{BC} = 5\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $\overrightarrow{CD} = -3\vec{a} + \vec{b}$ , 则( )
 

A. $A, B, D$ 三点共线	B. $A, B, C$ 三点共线
C. $A, C, D$ 三点共线	D. $B, C, D$ 三点共线
3. 在  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{BD} = 6\overrightarrow{CD}$ , 则  $\overrightarrow{AD} =$  ( )
 

A. $\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$	B. $-\frac{6}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$
C. $\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$	D. $-\frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{6}{5}\overrightarrow{AC}$
4. 下列结论正确的是( )
 

A. 平行向量不一定是共线向量

B. 单位向量都相等

C. 零向量与任一向量的数量积为 0

D. 两个单位向量之和不可能是单位向量
5. 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $E$  满足  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ , 则  $\overrightarrow{BE} =$  ( )
 

A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$	B. $-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$
C. $\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$	D. $-\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$
6. 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  为  $BC$  的中点, 则  $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} =$  ( )
 

A. $\overrightarrow{AC}$	B. $\overrightarrow{CA}$
C. $\overrightarrow{BA}$	D. $\overrightarrow{AB}$
7. 已知  $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{BA} = \vec{c}$ , 则  $\overrightarrow{BC} =$  ( )
 

A. $\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$	B. $\vec{b} + \vec{c}$	C. $\vec{b} - \vec{c}$	D. $\vec{c} - \vec{b}$
--	------------------------	------------------------	------------------------

8. 下列化简结果错误的是( )

A.  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$

B.  $(\vec{AB} + \vec{MB}) + \vec{BO} + \vec{OM} = \vec{AB}$

C.  $\vec{OA} - \vec{OD} + \vec{AD} = \vec{0}$

D.  $\vec{AB} - \vec{AD} - \vec{DC} = \vec{BC}$

9. 在平行四边形  $ABCD$  中,  $\vec{AE} = \frac{1}{4}\vec{AC}$ , 设  $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{BC} = \vec{b}$ , 则向量  $\vec{DE} =$  ( )

A.  $\frac{1}{4}\vec{a} - \frac{3}{4}\vec{b}$

B.  $\frac{3}{4}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}$

C.  $\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$

D.  $\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$

10. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  均为任意向量,  $m$  为任意实数, 则下列等式不一定成立的是( )

A.  $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

B.  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$

C.  $m(\vec{a} + \vec{b}) = m\vec{a} + m\vec{b}$

D.  $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$

11.  $\vec{PA} + \vec{BC} - \vec{BA} =$  ( )

A.  $\vec{PB}$

B.  $\vec{CP}$

C.  $\vec{AC}$

D.  $\vec{PC}$

12. 已知正六边形  $ABCDEF$ , 则  $\vec{AC} + \vec{BD} - \vec{FD} =$  ( )

A.  $\vec{BC}$

B.  $\vec{AE}$

C.  $\vec{BE}$

D.  $\vec{AC}$

13. 如图 2-9, 已知  $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}, \vec{AB} = 2\vec{BC}$ , 则  $\vec{c} =$  ( )

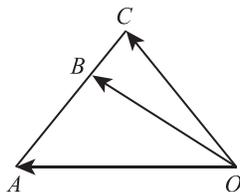


图 2-9

A.  $\frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$

B.  $2\vec{b} - \vec{a}$

C.  $2\vec{a} - \vec{b}$

D.  $\frac{3}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

14. 在  $\triangle OMN$  中,  $\vec{ON} - \vec{MN} + \vec{MO} =$  ( )

A.  $\vec{0}$

B.  $2\vec{MO}$

C.  $2\vec{OM}$

D.  $0$

15. 如图 2-10, 点  $O$  是正六边形  $ABCDEF$  的中心, 则以图中点  $A, B, C, D, E, F, O$  中的任意一点为始点, 与始点不同的另一点为终点的所有向量中, 除向量  $\vec{OA}$  外, 与向量  $\vec{OA}$  共线的向量有( )

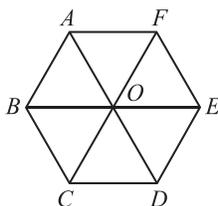


图 2-10



- A. 6个                      B. 7个                      C. 8个                      D. 9个
16. 已知平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  不共线,  $\vec{AB} = 4\vec{a} + 6\vec{b}, \vec{BC} = -\vec{a} + 3\vec{b}, \vec{CD} = \vec{a} + 3\vec{b}$ , 则( )
- A.  $A, B, D$  三点共线                      B.  $A, B, C$  三点共线
- C.  $B, C, D$  三点共线                      D.  $A, C, D$  三点共线
17. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  不共线,  $\vec{m} = \vec{a} - 3\vec{b}, \vec{n} = 2\vec{a} + x\vec{b}, \vec{m} // \vec{n}$ , 则  $x =$  ( )
- A.  $-6$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $6$                       D.  $-\frac{2}{3}$
18.  $10(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{a} - \vec{b}) =$  ( )
- A.  $9\vec{a} + 9\vec{b}$                       B.  $9\vec{a} + 11\vec{b}$                       C.  $11\vec{a} + 9\vec{b}$                       D.  $11\vec{a} + 11\vec{b}$

## 二、填空题

- 化简  $\vec{PQ} + \vec{OM} + \vec{QO}$  的结果是\_\_\_\_\_.
- 已知  $\vec{a}, \vec{b}$  是两个不共线的向量, 向量  $6\vec{b} - t\vec{a}, \vec{a} - 3\vec{b}$  共线, 则实数  $t$  的值为\_\_\_\_\_.
- 已知非零向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为\_\_\_\_\_.
- 若  $\vec{P_1P} = -\frac{1}{3}\vec{PP_2}$ , 设  $\vec{P_1P_2} = \lambda\vec{PP_1}$ , 则  $\lambda$  的值为\_\_\_\_\_.
- 在平行四边形  $ABCD$  中,  $\vec{BC} + \vec{CA} + \vec{AB} =$ \_\_\_\_\_.
- 在平行四边形  $ABCD$  中,  $\vec{AE} = -2\vec{AD}, \vec{AF} = \mu\vec{AB}$ , 若  $E, C, F$  三点共线, 则实数  $\mu =$ \_\_\_\_\_.
- 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle DAB = 60^\circ, |\vec{AB}| = 2$ , 则  $|\vec{BC} + \vec{DC}| =$ \_\_\_\_\_.
- 已知  $O$  为等边  $\triangle ABC$  的中心, 若  $\vec{OA} = 3\vec{a}, \vec{AB} = 2\vec{b}$ , 则  $\vec{AC} =$ \_\_\_\_\_. (用  $\vec{a}, \vec{b}$  表示)
- 如图 2-11, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $O$  为  $BC$  的中点, 过  $O$  的直线分别交直线  $AB, AC$  于不同的两点  $M, N$ , 若  $\vec{AB} = m\vec{AM}, \vec{AC} = n\vec{AN}$ , 则  $m + n$  的值为\_\_\_\_\_.

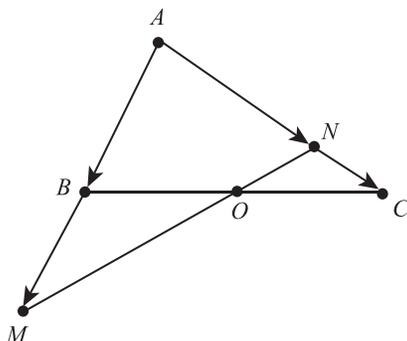


图 2-11

10. 在边长为 2 的正方形  $ABCD$  中,  $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}| =$  \_\_\_\_\_.
11. 已知向量  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ,  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = |\vec{c}| = 2$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} =$  \_\_\_\_\_.
12. 设  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  是不共线的向量, 若  $\overrightarrow{AB} = \vec{e}_1 + \lambda \vec{e}_2$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ,  $\overrightarrow{CD} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$ ,  $A, B, D$  三点共线, 则  $\lambda$  的值为 \_\_\_\_\_.
13. 已知  $\vec{x}$  是未知向量, 若  $2(\vec{x} - \vec{a}) - 3(\vec{a} + 2\vec{x}) = \vec{0}$ , 则  $\vec{x} =$  \_\_\_\_\_.
14. 在平行四边形  $ABCD$  中,  $M, N$  分别为  $AB, AD$  上的点, 且  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$ ,  $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{ND}$ . 连接  $AC$ , 与  $MN$  交于点  $P$ , 若  $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AC}$ , 则  $\lambda$  的值为 \_\_\_\_\_.
15. 如图 2-12, 在  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ,  $P$  是  $BN$  上的一点, 若  $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ , 则实数  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.

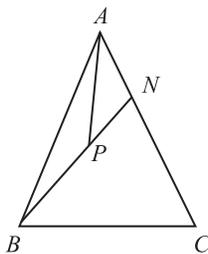


图 2-12

### 三、解答题

1. 如图 2-13, 平行四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$  和  $BD$  交于点  $M$ , 点  $E$  在  $BC$  上, 且  $BE : EC = 1 : 2$ , 直线  $DE$  与  $AB$  的延长线交于点  $F$ , 记  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ .

- (1) 试用  $\vec{a}, \vec{b}$  表示  $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ ;
- (2) 试用  $\vec{a}, \vec{b}$  表示  $\overrightarrow{DF}$ .

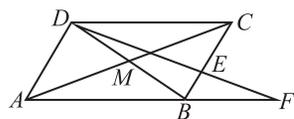


图 2-13



2. 化简:

(1)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$ ;

(2)  $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD})$ .

3. 如图 2-14, 解答下列各题:

(1) 用  $\vec{a}, \vec{d}, \vec{e}$  表示  $\overrightarrow{DB}$ ;

(2) 用  $\vec{b}, \vec{c}$  表示  $\overrightarrow{DB}$ ;

(3) 用  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{e}$  表示  $\overrightarrow{EC}$ ;

(4) 用  $\vec{c}, \vec{d}$  表示  $\overrightarrow{EC}$ .

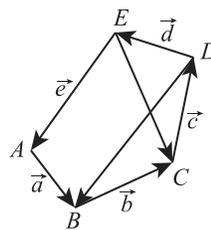


图 2-14

4. 如图 2-15, 已知菱形  $ABCD$  的边长为 2, 求向量  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$  的模.

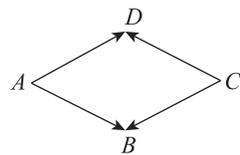


图 2-15

5. 回答下列问题:

(1) 化简  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$ ;

(2) 设  $\vec{a}, \vec{b}$  是不共线的两个向量, 若  $8\vec{a} + k\vec{b}$  与  $k\vec{a} + 2\vec{b}$  共线, 求实数  $k$  的值.

## 2.3 向量的内积

数学是符号加逻辑.

——罗素

### 知识回顾

1. 向量的夹角: 对于非零向量  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$ , 作  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ , 称射线  $OA, OB$  所成的 \_\_\_\_\_ 为向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角, 记作  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ . 当  $\vec{a}, \vec{b}$  同向时,  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$  \_\_\_\_\_; 当  $\vec{a}, \vec{b}$  反向时,  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$  \_\_\_\_\_. 因此, \_\_\_\_\_  $\leq \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle \leq$  \_\_\_\_\_.

2. 向量垂直: 当  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$  \_\_\_\_\_ 时, 称向量  $\vec{a}$  与向量  $\vec{b}$  互相垂直, 记作 \_\_\_\_\_.

3. 向量的内积: 两个向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的模与它们夹角的余弦值之积称为向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的 \_\_\_\_\_, 记作 \_\_\_\_\_, 即  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  \_\_\_\_\_. 零向量与任一向量的内积为 0, 即 \_\_\_\_\_.

4. 其他结论: 对于两个非零向量  $\vec{a}, \vec{b}$ , 由内积的定义有以下结论.

(1)  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_;

(2)  $|\vec{a}| =$  \_\_\_\_\_;

(3)  $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$  \_\_\_\_\_.

### 典例解析

**例 7** 已知平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ . 若  $(\vec{a} + \sqrt{2}\vec{b}) \cdot \vec{a} = 0$ , 则向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角为( )

A.  $30^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $135^\circ$

D.  $150^\circ$

**解析:** 由  $(\vec{a} + \sqrt{2}\vec{b}) \cdot \vec{a} = 0$  得  $|\vec{a}|^2 + \sqrt{2}\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

因为  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ , 所以  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2\sqrt{2}$ .

# 数学第 1 单元测试 (一)

(本卷满分 120 分, 完成时间 150 分钟)

## 一、单项选择题 (共 10 题, 满分 50 分)

1. 下列语句中, 是命题的语句的个数为 ( )

- ①空集是任何集合的子集;
- ② $x^2-3x-4=0$ ;
- ③ $3x-2>0$ ;
- ④垂直于同一条直线的两直线必平行吗?

A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

2. 下面说法正确的个数为 ( )

- (1) 第二象限角大于第一象限角;
- (2) 三角形的内角是第一象限角或第二象限角;
- (3) 钝角是第二象限角.

A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

3. 在平行四边形  $ABCD$  中, “ $\angle BAD=90^\circ$ ” 是 “四边形  $ABCD$  是正方形” 的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件
- C. 充要条件                              D. 既不充分也不必要条件

4. “ $\alpha$  是锐角” 是 “ $\alpha$  是第一象限角” 的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件
- C. 充要条件                              D. 既不充分又不必要条件

5. “两个三角形面积相等” 是 “两个三角形全等” 的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件

C. 充要条件                              D. 既不充分也不必要条件

6.  $x=y$  的一个必要条件是 ( )

- A.  $x^2=y^2$                               B.  $\frac{x}{y}=1$
- C.  $\sqrt{x-2}=\sqrt{y-2}$                       D.  $\frac{1}{x-1}=\frac{1}{y-1}$

7. 《三国演义》第 49 回 “欲破曹公, 宜用火攻; 万事俱备, 只欠东风”, 比喻一切都准备好了, 只差最后一个重要的条件. 则 “东风” 是 “破曹公” 的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件
- C. 充要条件                              D. 既不充分又不必要条件

8. 设角  $A, B, C$  是  $\triangle ABC$  的三个内角, 则 “ $A+B<C$ ” 是 “ $\triangle ABC$  是钝角三角形” 的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件
- C. 充要条件                              D. 既不充分又不必要条件

9. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则 “ $a^3=b^3$ ” 是 “ $3^a=3^b$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件
- C. 充要条件                              D. 既不充分也不必要条件

10. 若  $p: |x| \leq 2, q: x \leq a$ , 且  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $[2, +\infty)$                               B.  $(-\infty, 2]$
- C.  $[-2, +\infty)$                               D.  $(-\infty, -2]$

## 二、填空题 (共 5 题, 满分 25 分)

11. 命题 “末位数字是 4 的整数一定能被 2 整除” 改写成 “若  $p$ , 则  $q$ ” 的形式为\_\_\_\_\_.

12. “ $x^2-3x+2<0$ ” 是 “ $-1<x<2$ ” 的\_\_\_\_\_条件.

13. 祖暅原理的内容为 “幂势既同, 则积不容异”, 其意思是夹在两个平行平面间的两个

几何体，如果被平行于这两个平面的任意平面所截，两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积一定相等. 设  $A, B$  为夹在两个平行平面间的两个几何体,  $p: A, B$  的体积相等,  $q: A, B$  在同一高处的截面面积总相等. 根据祖暅原理可知,  $p$  是  $q$  的 \_\_\_\_\_ 条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分又不必要”)

14. 设条件  $p$ : 实数  $x, y$  满足  $x > 1$  且  $y > 1$ ,  $q$ : 实数  $x, y$  满足  $x + y > 2$ , 则  $p$  是  $q$  的 \_\_\_\_\_ 条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)

15. 若  $p$  是  $q: |x| > 1$  的一个充分不必要条件, 请写出满足题意的一个  $p$ : \_\_\_\_\_.

三、解答题 (共 5 题, 满分 45 分)

16. 把下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并判断命题的真假.

- (1) 等腰三角形底边上的中线垂直于底边并且平分顶角;
- (2) 当  $x^2 - 2x - 3 = 0$  时,  $x = 3$  或  $x = -1$ ;
- (3) 已知  $x, y \in \mathbf{N}^*$ , 当  $y = x + 1$  时,  $y = 3, x = 2$ .

17. 把下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并判断命题的真假.

- (1) 能被 6 整除的数一定是偶数;
- (2) 当  $\sqrt{a-1} + |b+2| = 0$  时,  $a = 1, b = -2$ ;
- (3) 已知  $x, y$  为正整数, 当  $y = x^2$  时,  $y = 1, x = 1$ .

18. 已知  $p: x - 2 > 0, q: ax - 4 > 0$ , 其中  $a \in \mathbf{R}$  且  $a \neq 0$ .

- (1) 若  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 求实数  $a$  的取值范围;
- (2) 若  $p$  是  $q$  的必要不充分条件, 求实数  $a$  的取值范围.

19. 已知  $p$ : 关于  $x$  的方程  $x^2 - 2ax + a^2 + a - 2 = 0$  有实数根,  $q: m - 1 \leq a \leq m + 3$ .

- (1) 若命题  $p$  是假命题, 求实数  $a$  的取值范围;
- (2) 若  $p$  是  $q$  的必要不充分条件, 求实数  $m$  的取值范围.

20. 已知集合  $A = \{x \mid -m \leq x - 2 \leq m\}, B = \{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 4\}$ .

- (1) 若  $A \cup B = \mathbf{R}$ , 求实数  $m$  的取值范围;
- (2) 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in \complement_{\mathbf{R}} B$ ”的充分不必要条件, 且  $A \neq \emptyset$ , 求实数  $m$  的取值范围.

## 数学第 1 单元测试 (二)

(本卷满分 120 分, 完成时间 150 分钟)

### 一、单项选择题 (共 10 题, 满分 50 分)

1. 下列语句是命题的有 ( )

- ①三角形内角和等于  $180^\circ$ ;
- ② $2>3$ ;
- ③一个数不是正数就是负数;
- ④ $x>2$ ;
- ⑤这座山真险啊!

- A. ①②③      B. ①③④      C. ①②⑤      D. ②③⑤

2. 下列语句中命题的个数为 ( )

- ① $\{0\} \in \mathbf{N}$ ;
- ②他长得很高;
- ③地球上的四大洋;
- ④5 的平方是 20.

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

3. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则 “ $(a-b)a^2 < 0$ ” 是 “ $a < b$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

4. “ $\theta=0$ ” 是 “ $\sin\theta=0$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

5. 设  $U$  为全集,  $A, B$  是集合, 则 “存在集合  $C$  使得  $A \subseteq C, B \subseteq \complement_U C$ ” 是 “ $A \cap B = \emptyset$ ”

的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

6. 已知  $x \in \mathbf{R}$ , 条件  $p: 0 < x < 1$ , 条件  $q: 0 < x \leq \frac{1}{a}$ , 若  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 则实数  $a$

的取值范围是 ( )

- A.  $(0, 1]$       B.  $(-\infty, 1]$       C.  $[1, +\infty)$       D.  $(0, +\infty)$

7. 王昌龄是盛唐著名的边塞诗人, 被誉为 “七绝圣手”, 其《出塞》传诵至今: “秦时明月汉时关, 万里长征人未还. 但使龙城飞将在, 不教胡马度阴山.” 由此推断, “不教胡马度阴山” 是 “龙城飞将在” 的 ( )

- A. 必要条件      B. 充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分又不必要条件

8. 已知非零向量  $a, b, c$ , 则 “ $a \cdot c = b \cdot c$ ” 是 “ $a = b$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

9. 已知  $a \in \mathbf{R}$ , 则 “ $a > 6$ ” 是 “ $a^2 > 36$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

10. 设  $x \in \mathbf{R}$ , 则 “ $0 < x < 5$ ” 是 “ $|x-1| < 1$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

### 二、填空题 (共 5 题, 满分 25 分)

11. 有下列语句: ①集合  $\{a, b\}$  有 2 个子集; ② $x^2 - 4 \leq 0$ ; ③今天天气真好啊; ④若  $A \cup B = A \cap B$ , 则  $A = B$ . 其中真命题的序号为\_\_\_\_\_.

12. 已知  $p: -4 < x - a < 4$ ,  $q: (x-2)(x-3) < 0$ , 且  $q$  是  $p$  的充分不必要条件, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

13. 已知  $p: 4x - m < 0$ ,  $q: 1 \leq 3 - x \leq 4$ , 若  $p$  是  $q$  的必要条件, 则实数  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

14. 设  $p: \frac{1}{2} \leq x \leq 1$ ,  $q: a \leq x \leq a+1$ , 若  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 若 “ $x > 1$  或  $x < -2$ ” 是 “ $x < a$ ” 的必要不充分条件, 则  $a$  的最大值是\_\_\_\_\_.

三、解答题 (共 5 题, 满分 45 分)

16. 写出下列命题的否定, 并判断所得命题的真假.

- (1) 圆周率  $\pi$  是有理数.
- (2) 锐角三角形的内角都是锐角.
- (3) 一元二次方程至多有两个实根.

17. 已知  $A = \{x \mid x \text{ 满足条件 } p\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{ 满足条件 } q\}$ ,

- (1) 如果  $A \subseteq B$ , 那么  $p$  是  $q$  的什么条件?
- (2) 如果  $B \subseteq A$ , 那么  $p$  是  $q$  的什么条件?
- (3) 如果  $A = B$ , 那么  $p$  是  $q$  的什么条件?

18. 求 “关于  $x$  的方程  $ax^2 + 2x + 1 = 0$  ( $a \neq 0$ ) 至少有一个负实数根” 的充要条件.

19. 指出下列各题中  $p$  是  $q$  的什么条件 (在 “充分不必要条件” “必要不充分条件” “充要条件” “既不充分也不必要条件” 中选一个作答)

- (1)  $p: x-3=0$ ,  $q: (x-2)(x-3)=0$ ;
- (2)  $p$ : 两个三角形相似,  $q$ : 两个三角形全等;
- (3)  $p: a > b$ ,  $q: a+c > b+c$ ;
- (4)  $p: a > b$ ,  $q: ac > bc$ .

20. 设集合  $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ , 集合  $B = \{x \mid 2m < x < 1\}$ .

- (1) 若 “ $x \in A$ ” 是 “ $x \in B$ ” 的必要条件, 求实数  $m$  的取值范围;
- (2) 若  $B \cap (\complement_{\mathbf{R}} A)$  中只有一个整数, 求实数  $m$  的取值范围.

## 数学第 1 单元测试 (三)

(本卷满分 120 分, 完成时间 150 分钟)

### 一、单项选择题 (共 10 题, 满分 50 分)

1. 下列语句中是命题的有 ( )

- ①长方形绕一条直线旋转一周所形成的几何体是圆柱;
- ② $3x-2>0$ ;
- ③垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?
- ④把门关上.

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

2. 若  $a>1$ , 则函数  $f(x) = a^x$  是增函数 ( )

- A. 不是命题
- B. 是真命题
- C. 是假命题
- D. 是命题, 真假与  $x$  的取值有关.

3. “ $a>b$ ” 是 “ $a+\frac{1}{b}>b+\frac{1}{a}$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

4. “ $xy=0$ ” 是 “ $x=0$  且  $y=0$ ” 成立的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

5. “ $a=1$ ” 是 “关于  $x$  的方程  $x^2+a=2x$  有实数根” 的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

6. “ $a>b$  且  $c>d$ ” 是 “ $a+c>b+d$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 充要条件
- C. 必要不充分条件
- D. 既不充分也不必要条件

7. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则 “ $(a-b) \cdot a^2 < 0$ ” 是 “ $a < b$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

8. “ $|x| = |y|$ ” 是 “ $x=y$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

9. 已知  $p: x+y=0$ ,  $q: x$  与  $y$  互为相反数, 则  $p$  是  $q$  成立的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

10.  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  的一个充分条件是 ( )

- A.  $a \geq 0, b \geq 0$
- B.  $a > 0, b > 0$
- C.  $a \leq 0, b \leq 0$
- D.  $a \leq 0, b < 0$

### 二、填空题 (共 5 题, 满分 25 分)

11. 若 “ $x^2-2x-3>0$ ” 是 “ $x < a$ ” 的必要不充分条件, 则  $a$  的最大值为\_\_\_\_\_.

12. 设  $n \in \mathbf{N}^*$ , 一元二次方程  $x^2-4x+n=0$  有整数根的充要条件是  $n =$ \_\_\_\_\_.

13. 若条件  $p$  是 “ $xy > 0$ ” 的充分不必要条件, 则  $p$  可以是\_\_\_\_\_.

14. 已知  $p: -2 \leq x \leq 10$ ,  $q: 1-m \leq x \leq 1+m$  ( $m > 0$ ), 且  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 则实数  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

15. 已知  $\alpha: x \geq a$ ;  $\beta: |x-1| < 1$ . 若  $\alpha$  是  $\beta$  的必要不充分条件, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (共 5 题, 满分 45 分)

16. 判断下列命题的真假:

- (1) 点  $P$  到圆心  $O$  的距离大于圆的半径是点  $P$  在  $\odot O$  外的充要条件;
- (2) 两个三角形的面积相等是这两个三角形全等的充分不必要条件;

(3)  $A \cup B = A$  是  $B \subseteq A$  的必要不充分条件;

(4)  $x$  或  $y$  为有理数是  $xy$  为有理数的既不充分又不必要条件.

17. 已知集合  $A = \left\{ x \mid \frac{x-4}{x+3} > 0 \right\}$ , 集合  $B = \{x \mid a-2 \leq x \leq 2a+1\}$ .

(1) 当  $a=3$  时, 求  $A$  和  $(\complement_{\mathbf{R}}A) \cup B$ ;

(2) 若  $x \in A$  是  $x \in B$  的必要不充分条件, 求实数  $a$  的取值范围.

18. 已知集合  $P = \{x \mid -2 \leq x \leq 10\}$ , 非空集合  $S = \{x \mid 1-m \leq x \leq 1+m\}$ .

(1) 若 “ $x \in P$ ” 是 “ $x \in S$ ” 的必要条件, 求实数  $m$  的取值范围;

(2) 是否存在实数  $m$ , 使 “ $x \in P$ ” 是 “ $x \in S$ ” 的充要条件.

19. 已知  $p: A = \{x \mid 1 \leq x \leq a\}$ ;  $q: B = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$ , 若  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 求实数  $a$  的取值范围.

20. 已知非空集合  $A = \{x \mid a-1 \leq x \leq 2a+3\}$ ,  $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 4\}$ , 全集  $U = \mathbf{R}$ .

(1) 当  $a=2$  时, 求  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ ;

(2) 若  $x \in A$  是  $x \in B$  成立的充分不必要条件, 求实数  $a$  的取值范围.

## 数学第2单元测试（一）

（本卷满分120分，完成时间150分钟）

### 一、单项选择题（共10题，满分50分）

1. 下列物理量中不是向量的是（ ）

- A. 力                      B. 质量                      C. 速度                      D. 位移

2. 设  $D$  为  $\triangle ABC$  所在平面内一点， $\vec{BC} = 3\vec{CD}$ ，则（ ）

- A.  $\vec{AD} = \frac{4}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$                       B.  $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{4}{3}\vec{AC}$   
 C.  $\vec{AD} = \frac{4}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$                       D.  $\vec{AD} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{4}{3}\vec{AC}$

3. 已知平面向量  $\vec{a} = (m, -4)$ ， $\vec{b} = (-1, m+3)$ ，若存在实数  $\lambda < 0$ ，使得  $\vec{a} = \lambda\vec{b}$ ，则实数  $m$  的值为（ ）

- A. -4                      B. 12                      C. -1                      D. 1

4. 已知正六边形  $ABCDEF$ ，则  $\vec{AC} + \vec{BD} - \vec{FD} =$ （ ）

- A.  $\vec{BC}$                       B.  $\vec{AE}$                       C.  $\vec{BE}$                       D.  $\vec{AC}$

5. 已知  $|a| = |b| = 2$ ， $a \cdot b = 2$ ，则  $|a-b| =$ （ ）

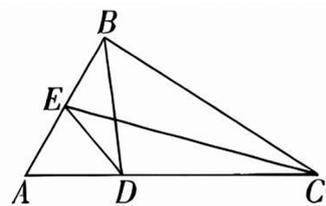
- A. 1                      B.  $\sqrt{3}$                       C. 2                      D.  $\sqrt{3}$  或 2

6. 下列向量关系式中，正确的是（ ）

- A.  $\vec{MN} = \vec{NM}$                       B.  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$   
 C.  $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$                       D.  $\vec{MN} + \vec{NP} + \vec{PQ} = \vec{MQ}$

7. 如图所示，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  是线段  $AC$  上靠近  $A$  的三等分点，点  $E$  是线段  $AB$  的中点，则  $\vec{DE} =$ （ ）

- A.  $-\frac{1}{3}\vec{BA} - \frac{1}{6}\vec{BC}$



B.  $-\frac{1}{6}\vec{BA} - \frac{1}{3}\vec{BC}$

C.  $-\frac{5}{6}\vec{BA} - \frac{1}{3}\vec{BC}$

D.  $-\frac{5}{6}\vec{BA} + \frac{1}{3}\vec{BC}$

8. 已知有四边形  $ABCD$ ， $O$  为空间任意一点，且  $\vec{AO} + \vec{OB} = \vec{DO} + \vec{OC}$ ，则四边形  $ABCD$  是（ ）

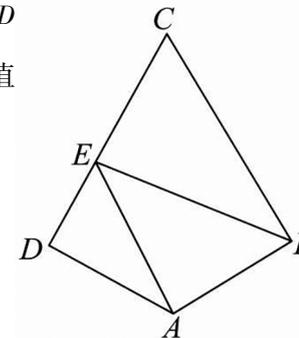
- A. 平行四边形                      B. 空间四边形                      C. 等腰梯形                      D. 矩形

9. 在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  在边  $AB$  上， $BD = 2DA$ 。记  $\vec{CA} = m$ ， $\vec{CD} = n$ ，则  $\vec{CB} =$ （ ）

- A.  $3m - 2n$                       B.  $-2m + 3n$                       C.  $3m + 2n$                       D.  $2m + 3n$

10. 如图，在平面四边形  $ABCD$  中， $AB \perp BC$ ， $AD \perp CD$ ， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $AB = AD = 1$ ，若点  $E$  为边  $CD$  上的动点，则  $\vec{AE} \cdot \vec{BE}$  的最小值为（ ）

- A.  $\frac{21}{16}$                       B.  $\frac{3}{2}$   
 C.  $\frac{25}{16}$                       D. 3



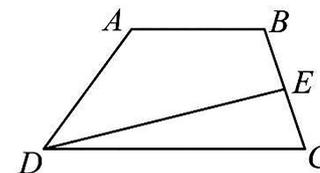
### 二、填空题（共5题，满分25分）

11. 在平行四边形  $ABCD$  中， $\vec{BC} + \vec{CA} + \vec{AB} =$ \_\_\_\_\_.

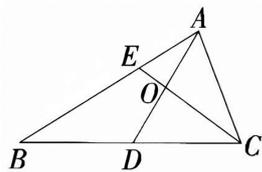
12. 已知向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\frac{3\pi}{4}$ ，且  $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 4$ ，则  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  的值为\_\_\_\_\_.

13. 已知  $a = (1, 2)$ ， $b = (x, 4)$ 。若  $a$  与  $b$  的夹角是锐角，则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 如图， $A, B, C, D$  为平面内的四个点， $\vec{BC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ ， $E$  为线段  $BC$  的中点，若  $\vec{DE} = \lambda\vec{DA} + \mu\vec{DC}$ ，则  $\lambda + \mu =$ \_\_\_\_\_.



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $D$ 是 $BC$ 的中点,  $E$ 在边 $AB$ 上,  $BE=2EA$ ,  $AD$ 与 $CE$ 交于点 $O$ .  
若 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6\vec{AO} \cdot \vec{EC}$ , 则 $\frac{AB}{AC}$ 的值是\_\_\_\_\_.



三、解答题 (共5题, 满分45分)

16. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(m-1, 2)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(4, m+1)$

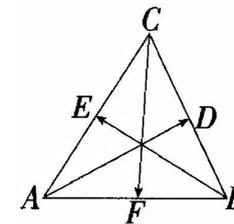
- (1) 若 $A, B, C$ 三点共线, 求实数 $m$ 的值;
- (2) 若 $AB \perp BC$ , 求实数 $m$ 的值.

17. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 9 \times 12 \times \cos \frac{\pi}{4} = 54\sqrt{2}$ , 且 $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $\vec{c} = m\vec{a} + 3\vec{b}$ .

- (1) 求 $|2\vec{a} - \vec{b}|$ ;
- (2) 当 $\vec{b} \perp \vec{c}$ 时, 求实数 $m$ .

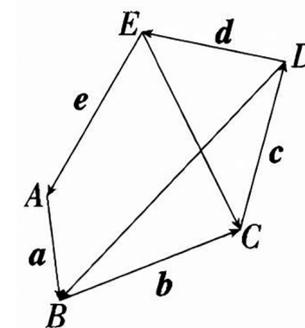
18. 已知点 $A(1, -1)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $C(3, 7)$ , 判断 $A, B, C$ 三点是否共线.

19. 如图, 已知 $D, E, F$ 分别为 $\triangle ABC$ 的边 $BC, AC, AB$ 的中点. 求证:  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = 0$ .



20. 如图, 已知五边形 $ABCDE$ ,  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{BC} = \vec{b}$ ,  $\vec{CD} = \vec{c}$ ,  $\vec{DE} = \vec{d}$ ,  $\vec{EA} = \vec{e}$ .

- (1) 用 $\vec{a}, \vec{d}, \vec{e}$ 表示 $\vec{DB}$ ;
- (2) 用 $\vec{b}, \vec{c}$ 表示 $\vec{DB}$ ;
- (3) 用 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{e}$ 表示 $\vec{EC}$ ;
- (4) 用 $\vec{d}, \vec{c}$ 表示 $\vec{EC}$ .

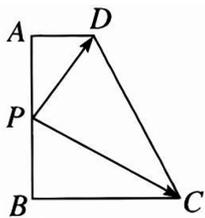


## 数学第2单元测试 (二)

(本卷满分 120 分, 完成时间 150 分钟)

### 一、单项选择题 (共 10 题, 满分 50 分)

- 已知向量  $a = (m, m+3)$ ,  $b = (4, m)$ , 则“ $m=6$ ”是“ $a$ 与 $b$ 共线”的 ( )  
 A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
- 设  $a$  表示“向东走 10km”,  $b$  表示“向南走 5km”, 则  $b+a+b$  所表示的意义为 ( )  
 A. 向东南走  $10\sqrt{2}$ km                      B. 向西南走  $10\sqrt{2}$ km  
 C. 向东南走  $5\sqrt{6}$ km                        D. 向西南走  $5\sqrt{6}$ km
- 如图, 在直角梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $AD=1$ ,  $BC=2$ ,  $P$  是线段  $AB$  上的动点, 则  $|\vec{PC}+4\vec{PD}|$  的最小值为 ( )  
 A.  $3\sqrt{5}$                                       B. 6  
 C.  $2\sqrt{5}$                                       D. 4
- 已知  $a = (1, 2)$ ,  $b = (3, -1)$ , 若  $(kb-a) \parallel (2a+b)$ , 则  $k =$  ( )  
 A. -1    B.  $-\frac{1}{2}$     C.  $-\frac{2}{3}$     D.  $\frac{1}{3}$
- 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $A(2, 3)$ ,  $B(6, -4)$ ,  $G(4, -1)$  是中线  $AD$  上的一点, 且  $|\vec{AG}| = 2|\vec{GD}|$ , 则点  $C$  的坐标为 ( )  
 A.  $(-4, 2)$                                       B.  $(-4, -2)$   
 C.  $(4, -2)$                                       D.  $(4, 2)$
- 在  $\triangle ABC$  中,  $\vec{AB} = \mathbf{c}$ ,  $\vec{AC} = \mathbf{b}$ , 点  $D$  满足  $\vec{BD} = 2\vec{DC}$ , 若  $\{\mathbf{b}, \mathbf{c}\}$  为一组基底, 则  $\vec{AD} =$  ( )  
 A.  $\frac{2}{3}\mathbf{b} + \frac{1}{3}\mathbf{c}$                                       B.  $\frac{5}{3}\mathbf{c} - \frac{2}{3}\mathbf{b}$



- C.  $\frac{2}{3}\mathbf{b} - \frac{1}{3}\mathbf{c}$                                       D.  $\frac{1}{3}\mathbf{b} + \frac{2}{3}\mathbf{c}$

- 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 有下列说法: ①  $(\vec{AA}_1 + \vec{AD} + \vec{AB})^2 = 3|\vec{AB}|^2$ ; ②  $\vec{A_1C} \cdot (\vec{A_1B_1} - \vec{A_1A}) = 0$ ; ③  $\vec{AD_1}$  与  $\vec{A_1B}$  的夹角为  $60^\circ$ . 其中说法正确的有 ( )  
 A. 1 个    B. 2 个    C. 3 个    D. 0 个
- 已知向量  $\vec{OA} = (1, -2)$ ,  $\vec{OB} = (a, -1)$ ,  $\vec{OC} = (-b, 0)$ , 其中  $O$  为坐标原点,  $a > 0$ ,  $b > 0$ . 若  $A, B, C$  三点共线, 则  $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$  的最小值为 ( )  
 A. 4    B. 6    C. 8    D. 9
- 已知数轴上点  $A$  的坐标为  $-5$ ,  $\vec{AB}$  的坐标为  $-7$ , 则点  $B$  的坐标是 ( )  
 A.  $-2$     B. 2    C. 12    D.  $-12$
- 如果用  $i, j$  分别表示  $x$  轴、 $y$  轴正方向上的单位向量, 且  $A(2, 3)$ ,  $B(4, 2)$ , 那么  $\vec{AB}$  可以表示为 ( )  
 A.  $2i+3j$                                       B.  $4i+2j$                                       C.  $2i-j$                                       D.  $-2i+j$

### 二、填空题 (共 5 题, 满分 25 分)

- 一质点受到同一平面上的三个力  $F_1, F_2, F_3$  (单位: 牛顿) 的作用而处于平衡状态, 已知  $F_1, F_2$  成  $120^\circ$  角, 且  $F_1, F_2$  的大小都为 6 牛顿, 则  $F_3$  的大小为 \_\_\_\_\_ 牛顿.
- 已知单位向量  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  满足  $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 0$ , 且  $\vec{a} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$ ,  $\vec{b} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  \_\_\_\_\_.
- 已知  $a = (2, 5)$ ,  $b = (6, k)$ ,  $a \parallel b$ , 则  $k$  的值为 \_\_\_\_\_.
- 已知点  $A(2, 1)$ ,  $B(-2, 3)$ ,  $O$  为坐标原点, 且  $\vec{OA} = \vec{BC}$ , 则点  $C$  的坐标为 \_\_\_\_\_.
- 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = \sqrt{2}$ ,  $BC = 2$ ,  $E$  为  $BC$  的中点, 点  $F$  在边  $CD$  上, 若  $\vec{AB} \cdot \vec{AF} = \sqrt{2}$ , 则  $\vec{AE} \cdot \vec{BF}$  的值是 \_\_\_\_\_.

