高等学历-数学（文史财经类）

类目：高等学历继续教育统考教材
书名：高等学历-数学（文史财经类）
主编：罗昌辉
出版社：河北科学技术出版社
开本：大 16 开
书号： 978-7-5717-1228-0
使用层次：成人教育
出版时间：2025 年 1 月
定价：40.00
印刷方式：单色
是否有资源：是

责任编辑：王　宇
责任校对：张京生
美术编辑：张　帆

图书同步精讲课程

-课时多、讲得细、学得快，通过考试更容易-

提升学历就选高等学历继续教育

理论精讲	真题讲练	专题突破	模考训练
明确考情 夯实基础	掌握规律 巩固提升	把握重点 突破难点	模考强化 标准预测

全国各类高等学历继续教育招生考试备考用书
（高中起点升本、专科）

教材系列

- ○ 语文
- ● 数学（文史财经类）
- ○ 数学（理工农医类）
- ○ 英语
- ○ 历史地理综合
- ○ 物理化学综合

试卷系列

- ○ 语文
- ○ 数学（文史财经类）
- ○ 数学（理工农医类）
- ○ 英语
- ○ 历史地理综合
- ○ 物理化学综合

ISBN 978-7-5717-1228-0
定价：40.00元

全国各类高等学历继续教育统考教材
数学（文史财经类）
高中起点升本、专科
主编　罗昌辉
河北科学技术出版社

全国各类高等学历继续教育统考教材

全国百所继续教育机构推荐用书

·全新版·

数学

（文史财经类）

高中起点升本、专科

主编　罗昌辉

- 重点讲解
- 视频课程
- 强化训练
- 全新真题

河北科学技术出版社

全国各类高等学历继续教育统考教材

全国百所继续教育机构推荐用书

数　学

（文史财经类）

高中起点升本、专科

主　编　罗昌辉

副主编　焦春霞

河北科学技术出版社

·石家庄·

图书在版编目(CIP)数据

数学. 文史财经类 ：高中起点升本、专科 / 罗昌辉主编. --石家庄 ：河北科学技术出版社，2022.9(2025.1 重印)
全国各类高等学历继续教育统考教材 / 张东红主编
ISBN 978-7-5717-1228-0

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①罗… Ⅲ. ①数学－成人高等教育－入学考试－自学参考资料 Ⅳ. ①G723.46

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2022)第 156581 号

数学(文史财经类)　高中起点升本、专科

SHUXUE(WEN-SHI-CAI-JINGLEI) GAOZHONG QIDIAN SHENG BEN-ZHUANKE

主编　罗昌辉

出版发行　河北科学技术出版社
地　　址　石家庄市友谊北大街 330 号（邮编:050061）
印　　刷　唐山唐文印刷有限公司
开　　本　880 毫米×1230 毫米　1/16
印　　张　9.5
字　　数　210 千字
版　　次　2022 年 9 月第 1 版
印　　次　2025 年 1 月第 3 次印刷
定　　价　40.00 元

出版说明

2022年，教育部印发《关于推进新时代普通高等学校学历继续教育改革的实施意见》(以下简称《意见》)，要求推进新时代普通高等学校举办的学历继续教育改革发展。《意见》指出普通高等学校举办的学历继续教育统一通过成人高考入学，统一专业教学基本要求，统一最低修业年限，统一毕业证书。为了满足广大考生备考的需要，使其能够顺利通过成人高校统一入学考试，我们组织了有丰富成教经验的一线教师和专家，认真研究了教育部高校学生司和教育部考试中心2020年修订的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》，并依据2024年版大纲的要求，在把握成人高考命题变化的基础上，精心编写了全国各类高等学历继续教育统考教材。

本系列教材包括：

高中起点升本、专科：《语文》《英语》《数学(文史财经类)》《数学(理工农医类)》《历史地理综合》《物理化学综合》。

专科起点升本科：《政治》《英语》《大学语文》《高等数学(一)》《高等数学(二)》《艺术概论》《民法》《教育理论》《生态学基础》《医学综合》。

在本系列教材的编写过程中，侧重体现如下几个特点：

1.紧扣大纲，时代性强

本系列教材紧扣最新修订的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》，内容的编排和选择与新大纲的知识系统完全一致，充分体现了新大纲的知识能力要求。在编写过程中，借鉴和吸收基础教育改革的成果，融入新的命题思想和观点，及时适应成人高考的新变化，具有较强的时代性。

2.结构合理，重点突出

本系列教材根据知识的内在联系和考生的认知规律，既坚持了“少而精”的原则，又注重了教材内容的完整性，遵循从简单到复杂、由浅入深、循序渐进的原则进行编排。学习起点低，重点突出，更加有利于考生对学科知识内容的理解，提高复习效率。

3.针对性强，科学实用

本系列教材针对成人高考的实际需要，注重基础知识复习和能力训练，具有较强的针对性和实用性。

本系列教材不仅可供参加全国各类高等学历继续教育统考的考生使用，也适用于高中及以上学历的学生、教师和教研人员学习、参考。

为进一步提高本系列教材的质量，欢迎广大师生提出宝贵意见和建议，以便及时修订，使之日趋完善。

编　者

超高命中，源自精选

命题专家深度解读历年考试真题，对出题内容、题型比例、考查重点、出题形式有独特的把握，在紧密结合考试大纲的基础上，精心提炼核心考点，辅以精选全真试题，准确洞悉命题方向，连续命中原题，一直保持超高命中率！

《数学（文史财经类）》命中实例

1.设甲：$y = f(x)$的图像有对称轴；乙：$y = f(x)$是偶函数，则（ B ）（2018 年统考题）

A.甲是乙的充分条件但不是必要条件

B.甲是乙的必要条件但不是充分条件

C.甲是乙的充要条件

D.甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

2.已知 $\tan\alpha = \frac{1}{2}$，则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$（ C ）（2019 年统考题）

A. -3　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. 3　　D. $\frac{1}{3}$

3.椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的离心率为__________.（2019 年统考题）

答案：$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

说明：由于篇幅所限，命中题目不一一列举，但都在书中以考题的形式出现。

目　录

CONTENTS

第一部分

代　数

第一章　集合和简易逻辑

考点要求

1.了解集合的意义及其表示方法.了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法.了解符号$\subseteq$、$\subsetneqq$、$=$、$\in$、$\notin$的含义,并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.

2.理解充分条件、必要条件、充分必要条件的概念.

知识解读

一、集合概念

1.集合的概念

(1)集合:把具有某种属性的一些确定的对象看成一个整体,便形成一个集合,常用大写的英文字母A,B,C…来表示.

(2)元素:集合中每一个确定的对象叫作这个集合的元素,常用小写英文字母a,b,c…来表示.

(3) 集合中的元素具有以下特征:

①确定性:对于一个给定的集合,任何一个对象要么是这个集合的元素,要么不是它的元素,这是集合最基本的特征.

②互异性:集合中任何两个元素都是能区分的(即互不相同),相同的对象归于任何一个集合时,只能算作这个集合的一个元素.

③无序性:在一个集合中通常不考虑它的元素之间的顺序,也就是说,由a,b两个元素组成的集合与由b,a两个元素组成的集合是相同的.

(4)常用的数集有自然数集:$\mathbf{N}$($0\in\mathbf{N}$);正整数集:$\mathbf{N}^*$;整数集:$\mathbf{Z}$;有理数集:$\mathbf{Q}$;实数集:$\mathbf{R}$.

例 1　下列各组对象不能组成集合的是(　　)

A.既不是正数也不是负数的数　　B.某校参加元旦联欢晚会的全体演员

C.某班学习比较好的同学　　D.绝对值小于 0 的实数

解　A 中,“0”符合这个条件;B 中,参加的演员是确定的,可以组成一个集合;C 中,学习好没有明确的说明,故不能组成集合;D 中,很明确没有小于 0 的实数,故集合为空集.

故正确选项为 C.

例 2　已知集合$\{1,a^2\}$,实数 a 不能取的值的集合是________.

解　根据集合中元素互异性,$1\neq a^2$,故 $a\neq 1$ 且 $a\neq -1$,所以 a 不能取值的集合:$\{1,-1\}$.

2.元素与集合之间关系

如果 a 是集合 A 的一个元素,就说 a 属于 A,记作 $a\in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A,记作 $a\notin A$.

例 3　用“$\in$”或“$\notin$”填空.

(1)$\dfrac{4-7}{3}$______ $\mathbf{N}$;(2)0 ______ $\mathbf{Z}$;(3)3.14159 ______ $\mathbf{Q}$;(4)$\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$______ $\mathbf{R}$.

解　(1)$\dfrac{4-7}{3}=-1$,$\therefore\ \dfrac{4-7}{3}\notin\mathbf{N}$.(2)$0\in\mathbf{Z}$.(3)$3.14159\in\mathbf{Q}$.(4)$\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\in\mathbf{R}$.

例 4　设 $M=\{x\mid x>\sqrt{10}\}$,$a=2\sqrt{3}$,则有(　　)

A.$a\in M$　　　　B.$\{x>4\}\subseteq M$

C.$a\notin M$　　　　D.$\{a\}\in M$

解　B、D 对有关符号的使用都是不正确的,又 $12>10$,所以选 A.

例 5　已知集合 $A=\{x\mid ax^2-2x+1=0,a\in\mathbf{R}\}$.

(1)若 A 是空集,求 a 的取值范围;

(2)若 A 中只有一个元素,求 a 的值;

(3)若 A 中至多有一个元素,求 a 的取值范围.

解　(1)A 是空集,即方程 $ax^2-2x+1=0$ 无解.

当 $a=0$ 时,方程解为 $x=\dfrac{1}{2}$,不符合题意.

当 $a\neq 0$ 时,方程为一元二次方程且无解,故 $\Delta=2^2-4a<0$,即 $a>1$.

$\therefore$ a 的取值范围为$(1,+\infty)$.

(2)A 中只有一个元素,即方程 $ax^2-2x+1=0$ 有一个解.

当 $a=0$ 时,方程只有一个解为 $x=\dfrac{1}{2}$,符合题意.

当 $a\neq 0$ 时,必有 $\Delta=2^2-4a=0$,$\therefore$ $a=1$.此时方程的解为 $x=1$,符合题意.

$\therefore$ $a=0$ 或 $a=1$.

$\therefore a$ 的取值范围为$\{0,1\}$.

(3)至多有一个元素包含两种情况：无元素或只有一个元素.由(1)(2)知，$a=0$ 或 $a\geqslant 1$.

$\therefore a$ 的取值范围为$\{a|a=0$ 或 $a\geqslant 1\}$.

3.集合的分类

集合按元素的多少可分为有限集、无限集和空集($\varnothing$).

4.集合的表示法

(1)列举法.把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，表示这个集合，这种表示集合的方法叫列举法.

(2)描述法.把集合中的元素所具有的共同性质描述出来，写在大括号内.它的一般形式为$\{x|p(x)\}$，其中前面的 x 表示集合中的元素，而后面的 $p(x)$表示集合中元素 x 的公共属性.

(3)区间表示法.

例6 用适当的方法表示下列集合：

(1)$|x|=2$ 的解集；

(2)所有能被 5 整除的整数组成的集合；

(3)平面直角坐标系中第四象限所有点组成的集合；

(4)大于 0 且小于 1 的自然数.

解 (1)$|x|=2$ 的解为 $x=2$ 或 $x=-2$，$\therefore$ 解集为$\{2,-2\}$.

(2)能被 5 整除的都是 5 的倍数，可用 $5a$ 来表示，$\therefore$ 集合可表示为$\{b|b=5a,a\in\mathbf{Z}\}$.

(3)第四象限所有点可用集合表示为$\{(x,y)|x>0,y<0\}$.

(4)大于 0 小于 1 的自然数是不存在的，所以为$\varnothing$.

二、集合间关系及集合间的运算

1.集合与集合之间关系

(1)子集.对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 中的每一个元素都是集合 B 中元素，那么集合 A 叫作集合 B 的子集，记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$.

(2)真子集.

①真子集：如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫作集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$).

②真子集的性质：a.空集是任何一个非空集合的真子集；b.若 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，则 $A\subsetneqq C$.

(3)集合相等.对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，我们就说这两个集合相等.如：集合$\{x|$

$x^2=1\}$与集合$\{-1,1\}$就是相等集合.

说明　①子集的性质：a.$\varnothing\subseteq A$；b.$A\subseteq A$；c.若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

②子集的个数：含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集，有(2^n-1)个真子集，有(2^n-2)个非空真子集.

例7　下列结论，正确的个数有(　　)

(1)空集没有子集；

(2)任何一个集合必有两个或两个以上的子集；

(3)空集是任何一个集合的子集；

(4)空集是任何一个集合的真子集.

A.1　　　　B.2　　　　C.3　　　　D.4

解　空集的子集是它本身，任何一个集合都是它本身的一个子集，但是空集没有真子集，因为真子集是除了它本身的子集.所以(1)(2)(4)是错的.

故正确选项为 A.

例8　下列集合表示同一个集合的是(　　)

A.$M=\{(1,2)\}$，$N=\{(2,1)\}$

B.$M=\{x|x>1\}$，$N=\{x||x|>1\}$

C.$M=\{1,2\}$，$N=\{2,1\}$

D.$M=\{(x,y)|x=0$ 且 $y>0\}$，$N=\{(x,y)|y=0$ 且 $x>0\}$

解　A 中 M、N 集合中各有一个点元素，$(1,2)$和$(2,1)$表示两个不同的点；B 中$x>1$与$|x|>1$的解集不相等；C 中 M、N 表示同一个集合；D 中 M 集合表示 y 的正半轴，N 表示 x 的正半轴.

故正确选项为 C.

例9　已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，那么 A 的非空真子集的个数为(　　)

A.5　　　　B.6　　　　C.7　　　　D.8

解法一　将 A 的非空真子集一一列出：$\{-1\}$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{-1,0\}$，$\{-1,1\}$，$\{0,1\}$，共 6 个.

解法二　A 的子集共有 $2^3=8$，去掉$\varnothing$和 A 本身，A 的非空真子集为 $8-2=6$ 个.

例10　已知$\{1,2\}\subseteq M\subsetneqq\{1,2,3,4,5\}$，则这样的集合 M 有________个.

解　集合 M 应是集合$\{1,2\}$与集合$\{3,4,5\}$的真子集的并集，$\{3,4,5\}$的真子集有 $2^3-1=7$ 个，所以这样的 M 有 7 个.

2.集合间的运算

(1)交集.

①交集定义：设有 A、B 两个集合，由所有既属于集合 A 又属于集合 B 的元素所组成的集合，叫作 A、B 的交集，记作 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$，A 与 B 的交集是由 A 与 B 的所有公共元素组成的集合.

②交集的性质：

$A\cap A=A$；$A\cap\varnothing=\varnothing$；$A\cap B=B\cap A$；$A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$；$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A$.

(2)并集.

①并集定义：由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫作 A、B 的并集，记作 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$.

说明 "$x\in A$ 或 $x\in B$"包括三种情况：$x\in A$ 但 $x\notin B$；$x\in B$ 但 $x\notin A$；$x\in A$ 且 $x\in B$.也就是说，$A\cup B$ 是 A、B 的所有元素并在一起构成的集合.

②并集的性质：

$A\cup A=A$；$A\cup\varnothing=A$；$A\cup B=B\cup A$；$A\cap B\subseteq A$(或 B)$\subseteq A\cup B$；$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cup B=B$.

(3)补集.

①全集：研究集合与集合之间的关系时，若一些集合都是某给定集合的子集，那么这个给定的集合叫作全集，常用"U"表示.在研究数集时，常常把实数集 $\mathbf{R}$ 作为全集.

②补集：若 A 是全集 U 的一个子集，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫作集合 A 在 U 中的补集，记作 $\complement_U A$.即：$\complement_U A=\{x\mid x\in U$ 且 $x\notin A\}$，如图 1-1所示.

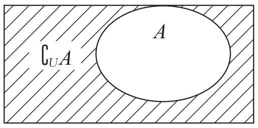


图 1-1

③补集的性质：

$A\cup\complement_U A=U$；$A\cap\complement_U A=\varnothing$；$\complement_U(\complement_U A)=A$；$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$；$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$.

例 11 若集合 $M=\{-1,0,1,2\}$，$N=\{x\mid x(x-1)=0\}$，则 $M\cap N=$(　　)

A.$\{-1,0,1,2\}$　　B.$\{0,1,2\}$　　C.$\{-1,0,1\}$　　D.$\{0,1\}$

解 集合 N 中方程 $x(x-1)=0$ 的解为 $x_1=0$，$x_2=1$，所以集合 $N=\{0,1\}$，故 $M\cap N=\{0,1\}$.故正确选项为 D.

例 12 已知 $M=\{(x,y)\mid 3x-2y=-1\}$，$N=\{(x,y)\mid 2x+3y=8\}$，则 $M\cap N=$________.

解 联立方程，得 $\begin{cases}3x-2y=-1,\\2x+3y=8,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=1,\\y=2,\end{cases}$

所以 $M\cap N=\{(1,2)\}$.

例 13 设集合 $M=\{x\mid 0\leqslant x<2\}$，集合 $N=\{x\mid x^2-2x-3<0\}$，求 $M\cap N$，$M\cup N$.

解 由 $x^2-2x-3<0$ 解得 $-1<x<3$，

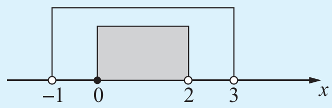


图 1-2

$\therefore$ $N=\{x\mid -1<x<3\}$，又由 $M=\{x\mid 0\leqslant x<2\}$，

如图 1-2 所示，在同一数轴中画出，

$\therefore$ 则 $M\cap N=M=\{x\mid 0\leqslant x<2\}$，

$M\cup N=N=\{x\mid -1<x<3\}$.

例 14 设全集 $U=\{x\mid -2<x<6\}$，$M=\{x\mid 0<x<4\}$，则 $\complement_U M=$________.

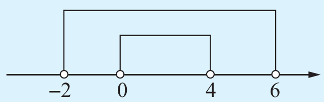


图 1-3

解 如图 1-3 所示，在同一数轴中画出，

$\therefore$ $\complement_U M=(-2,0]\cup[4,6)$.

例 15 设全集 $U=\{1,2,3,4\}$，且 $A=\{x\mid x^2-5x+m=0,x\in U\}$，若 $\complement_U A=\{1,4\}$，求 m 的值.

解 根据题意，$U=\{1,2,3,4\}$，$\complement_U A=\{1,4\}$，

可知 $A=\{2,3\}$，

$\therefore$ A 中方程 $x^2-5x+m=0$ 的解为 $x=2$ 和 $x=3$.

将 $x=2$ 和 $x=3$ 分别代入方程，得 $\begin{cases}2^2-5\times 2+m=0,\\ 3^2-5\times 3+m=0,\end{cases}$

解得 $m=6$，故 m 的值为 6.

例 16 已知集合 $A=\{x\mid x^2=1\}$，集合 $B=\{x\mid ax=1\}$，若 $B\subsetneqq A$，则 a 的值为________.

解 根据题意，由 A 中 $x^2=1$，得 $x_1=1$，$x_2=-1$，

$\therefore$ $A=\{-1,1\}$，又 $\because$ $B\subsetneqq A$，

$\therefore$ B 可能为 $\varnothing$、$\{1\}$ 或 $\{-1\}$.

当 $B=\varnothing$ 时，$a=0$；当 $B=\{1\}$ 时，$a=1$；当 $B=\{-1\}$ 时，$a=-1$.

$\therefore$ a 的值为 0、1 或 -1.

例 17 设集合 $A=\{x\mid 1<x<2\}$，$B=\{x\mid x-a<0\}$，若 $A\subsetneqq B$，则实数 a 的取值范围是________.

解 根据题意：$A=\{x\mid 1<x<2\}$，$B=\{x\mid x<a\}$，又有 $A\subsetneqq B$，可通过数轴上表示，$\therefore$ $a\geqslant 2$.

例 18 已知 50 名同学参加跳高和铅球两项测试，及格的分别有 41 人、30 人，两项均不及格的有 4 人，那么两项都及格的有________人.

解 设集合 $A=\{$跳高及格的同学$\}$，集合 $B=\{$铅球及格的同学$\}$，$\complement_U A\cap\complement_U B=\{$两项均不及格$\}$，$U$ 表示全体学生，则两项都及格的同学为 x 人，则有 $41+30-x+4=50$，解得 $x=25$.

三、充分条件、必要条件和充要条件

设有条件 p 和结论 q.

1.充分条件

如果由条件 p 成立能够推出结论 q 成立，则条件 p 为结论 q 的充分条件.

记作：$p \Rightarrow q$，读作：p 推出 q.箭头指向结论.

2.必要条件

如果由结论 q 成立能够推出条件 p 成立，则条件 p 为结论 q 的必要条件.

记作：$p \Leftarrow q$，读作：q 推出 p.箭头指向条件.

3.充要条件

若 $p \Rightarrow q$（真），且 $q \Rightarrow p$（真），则说 p 是 q 的充分且必要条件，简称充要条件.

记作：$p \Leftrightarrow q$，读作：p 等价于 q.符号“$\Leftrightarrow$”是等价符号.此时箭头是双向的.

4.数学符号的确切含义

(1) $a \geqslant b$ 是指 $a=b$ 或 $a>b$.

(2) $a=\pm b$ 是指 $a=b$ 或 $a=-b$.

(3) $a \neq \pm b$ 是指 $a \neq b$ 且 $a \neq -b$.

例 19 选择正确选项.

1.“$x>3$”是“$x>5$”的（　　）

A.充分条件　　B.充要条件

C.既不充分也不必要条件　　D.必要条件

2.“$A \cup B=B$”是“$A \subsetneqq B$”的（　　）

A.充分条件　　B.充要条件

C.既不充分也不必要条件　　D.必要条件

3.“$a+3$ 是无理数”是“a 是无理数”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分又不必要条件

解 1.任何一个大于 3 的数不一定大于 5，所以是不充分条件；任何一个大于 5 的数一定大于 3，所以是必要条件.故正确选项为 D.

2.$A \cup B=B$ 说明 A 是 B 的子集，所以 $A \subseteq B$，说明 A 是 B 的真子集或者 $A=B$；$A \subsetneqq B$ 说明 A 是 B 的真子集，所以“$A \subsetneqq B$”能够推出“$A \cup B=B$”，为必要条件.故正确选项为 D.

3.“$a+3$ 是无理数”中 3 为有理数，所以 a 一定为无理数，故正确选项为 C.

例 20 用充分条件、必要条件或充要条件填空.

1.“$x>2$”是“$|x|>2$”的________.

2.“$a=3$ 且 $b=5$”的________条件是“$(a-3)^2+|b-5|=0$”.

3.设甲是乙的充分不必要条件，乙是丙的充要条件，丁是丙的必要非充分条件，则甲是丁的________.

解 1.$|x|>2$ 的解集为 $x>2$ 或 $x<-2$，利用小范围推大范围可以知道 $x>2$ 能够推出 $|x|>2$ 的成立，所以“$x>2$”是“$|x|>2$”的充分条件.

2.当 $a=3$ 且 $b=5$ 时，$(a-3)^2+|b-5|=0$ 成立；当 $(a-3)^2+|b-5|=0$ 时，解得 $a=3$ 且 $b=5$. 故“$a=3$ 且 $b=5$”的充要条件是“$(a-3)^2+|b-5|=0$”.

3.利用图示推理：甲⇒乙，乙⇔丙，丁⇐丙，得到甲⇒乙⇔丙⇒丁，所以甲是丁的充分条件.

同步练习

一、选择题

1.下列集合中，表示有限集合的是(B)

A.$\{x|x=2n$，且 $n\in\mathbf{N}\}$　　B.$\{x|x^2=1\}$

C.$\{x|-1<x<1\}$　　D.$\{(x,y)|x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}\}$

2.关于 0，$\{0\}$，$\varnothing$，下列表示正确的是(C)

A.$0=\varnothing$，$\varnothing\subsetneqq\{0\}$　　B.$\{0\}=\varnothing$，$0\notin\varnothing$

C.$0\in\{0\}$，$\varnothing\subsetneqq\{0\}$　　D.$\{0\}=\varnothing$，$0\subsetneqq\{0\}$

3.集合 $M=\{-4,0,4\}$ 的子集个数为(D)

A.5　　B.6　　C.7　　D.8

4.集合 $A=\{x|0\leqslant x<5\}$，$B=\{x|x\geqslant1\}$，则 $A\cap B=$(D)

A.$\{x|1\leqslant x<5\}$　　B.$\{x|0\leqslant x<5\}$

C.$\{x|x\geqslant1\}$　　D.$\{x|x<5\}$

5.集合 $M=\left\{x\left|x>\frac{1}{2}\right.\right\}$，$S=\{x|x>-1\}$，则 $M\cup S$ 等于(B)

A.$\left\{x\left|x>\frac{1}{2}\right.\right\}$　　B.$\{x|x>-1\}$

C.$\left\{x\left|-1<x<\frac{1}{2}\right.\right\}$　　D.$\left\{x\left|x<\frac{1}{2}\right.\right\}$

6.已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,5\}$，且 $B\subsetneqq \complement_U A$，则集合 B 个数是(C)

A.5　　B.6　　C.7　　D.8

7.若全集 $U=\{x|x<10$，且 $x\in\mathbf{N}\}$，$A=\{3,4,6\}$，$B=\{1,2,3,6\}$，则集合 $\{0,1,2,4,5,7,8,9\}$ 表示(C)

A.$A\cup B$　　B.$A\cap B$

C.$\complement_U A\cup\complement_U B$　　D.$\complement_U A\cap\complement_U B$

8.“$|x|+|y|=0$”是“$x\cdot y=0$”的(A)

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

9.与不等式 $x^2-5x+6\neq0$ 等价的是(C)

A.$x\neq3$　　B.$x\neq2$

C.$x\neq2$ 且 $x\neq3$　　D.$x\neq2$ 或 $x\neq3$

10.设集合 $M=\{x|-1\leqslant x<2\}$，$N=\{x|x-k\leqslant0\}$，若 $M\cap N=M$，则 k 的取值范围是(C)

A.$\{k|-1<k<2\}$　　B.$\{k|k>2\}$

C.$\{k|k\geqslant2\}$　　D.$\{k|-1\leqslant k\leqslant2\}$

二、填空题

1.用适当符号填空：

(1)$\{5\}$________$\{2,3,5\}$；

(2)-2 ________$\{x|x^2=4\}$；

(3)$\{x||x|=-3\}$________$\varnothing$；

(4)$\{0,1\}$________$\{x|x\leqslant1\}$.

2.集合 $A=\{2$ 的倍数$\}$，$B=\{3$ 的倍数$\}$，则 $A\cap B=$________.

3.集合 $A=\{x|x^2+x-1=0\}$，$B=\{x|x^2-x+1=0\}$，则集合 A、B 之间关系是________.

4.设集合 $A=\{1,3,a\}$，$B=\{1,a^2-a+1\}$，且 $A\supsetneqq B$，则 a 的值是________.

5.已知集合 $A=\{-1,3,m\}$，$B=\{3,4\}$，若 $B\subsetneqq A$，则 $m=$________.

6.已知 $A=\{x|x^2-px-q=0\}$，$B=\{x|x^2+qx-p=0\}$，且 $A\cap B=\{1\}$，则 $A\cup B=$________.

7.集合 A 的子集共有 32 个，则集合 A 含有________个元素.

8.在$\triangle ABC$ 中“$\alpha=60^\circ$”是“$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$”的________条件.

三、解答题

1.已知$\{2,5,7\}\cup\{a+3,7,9\}=\{2,5,6,7,9\}$，求 a 的值.

2.设全集 $U=\{3,5,7\}$,$A=\{3,|a-4|\}$,$\complement_U A=\{7\}$,求 a 的值.

3.已知集合 $A=\{x|ax-1=0\}$,$B=\{x|x^2-x-6=0\}$,若 $A\subseteq B$,求实数 a 的值.

4.设集合 $A=\{|a+1|,3,5\}$,$B=\{2a+1,a^2+2a,a^2+2a-1\}$,且 $A\cap B=\{2,3\}$,求$A\cup B$.

5.设集合 $A=\{x|-1<x\leqslant 5\}$,$B=\{x|x\leqslant a\}$,若 $A\subsetneqq B$,试求 a 的取值范围.

参考答案

二、填空题

1.(1)$\subsetneqq$　(2)$\in$　(3)$=$　(4)$\subseteq$　　2.$\{6$ 的倍数$\}$　　3.$A\supsetneqq B$

4.2 或 -1　　5.4　　6.$\{-1,0,1\}$　　7.5

8.充分条件

三、解答题

1.解:$\because$ $\{2,5,7\}\cup\{a+3,7,9\}=\{2,5,6,7,9\}$,

$\therefore$ $a+3=6$,解得 $a=3$.

2.解:$\because$ $U=\{3,5,7\}$,$A=\{3,|a-4|\}$,$\complement_U A=\{7\}$,

$\therefore$ $|a-4|=5$,解得 $a=9$ 或 $a=-1$.

3.解：对于 $B=\{x|x^2-x-6=0\}$ 中，$x^2-x-6=0$ 的解是 $x_1=3,x_2=-2$，

$\therefore B=\{3,-2\}$，又有 $A\subseteq B$，

$\therefore A$ 可能为 $\varnothing,\{3\},\{-2\}$.

当 $A=\varnothing$ 时，$ax-1=0$ 无解，$\therefore a=0$；

当 $A=\{3\}$ 时，$3a-1=0$，$\therefore a=\frac{1}{3}$；

当 $A=\{-2\}$ 时，$-2a-1=0$，$\therefore a=-\frac{1}{2}$.

综上所述，a 的值为 $0,\frac{1}{3}$ 或 $-\frac{1}{2}$.

4.解：集合 $A=\{|a+1|,3,5\}$，$B=\{2a+1,a^2+2a,a^2+2a-1\}$.

又有 $A\cap B=\{2,3\}$，$\therefore 2\in A$，即 $|a+1|=2$，解得 $a=1$ 或 $a=-3$.

当 $a=1$ 时，$A=\{2,3,5\}$，$B=\{3,3,2\}$（不符合）；

当 $a=-3$ 时，$A=\{2,3,5\}$，$B=\{-5,3,2\}$（符合）.

$\therefore A\cup B=\{2,3,5,-5\}$.

5.解：$\because A=\{x|-1<x\leqslant 5\}$，$B=\{x|x\leqslant a\}$，且 $A\subsetneqq B$，$\therefore a\geqslant 5$.

第二章　函　数

考点要求

1.理解函数概念,会求一些常见函数的定义域.

2.了解函数的单调性和奇偶性的概念,会判断一些常见函数的单调性和奇偶性.

3.理解一次函数、反比例函数的概念,掌握它们的图像和性质,会求它们的解析式.

4.理解二次函数的概念,掌握它的图像和性质以及函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 与 $y=ax^2(a\neq0)$ 的图像间的关系,会求二次函数的解析式及最大值或最小值,能灵活运用二次函数的知识解决有关问题.

5.了解反函数的意义,会求一些简单函数的反函数.

6.理解分数指数幂的概念,掌握有理指数幂的运算性质.掌握指数函数的概念、图像和性质.

7.理解对数的概念,掌握对数的运算性质,掌握对数函数的概念、图像和性质.

知识解读

一、函数的概念与性质

(一)函数的概念

1.定义

设在一个变化过程中有两个变量 x,y,如果对于 x 的每一个值都有唯一的 y 值与其对应,那么 y 是关于 x 的**函数**,记为 $y=f(x)$,x 为自变量,f 表示 y 随 x 变化的规律,也就是 y 值与 x 值的对应法则.

2.函数的基本要素和派生要素

函数的定义域和对应法则是函数的两个基本要素,值域是派生要素.

(1)定义域:函数 $y=f(x)$的定义域是自变量 x 的取值范围.

(2)对应法则:y 值随 x 值变化的规律.

只要两个函数的定义域相同,对应法则也相同,就称这两个函数为相同的函数,与变量用什么符号

表示无关，如 $y=f(x)$ 与 $u=f(t)$ 是同一函数.

(3)值域：与自变量 x 的取值范围相对应的 y 值的集合.

(二)函数的表示法

1.解析法

用等式来表示两个变量之间的函数关系的方法称为**解析法**，如 $y=2x$.

2.列表法

用数值表来表示两个变量之间的函数关系的方法称为**列表法**，如用列表法表示 $y=2x$，见表 2-1.

表 2-1

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…	-4	-2	0	2	4	…

3.图像法

用图像来表示两个变量之间的函数关系的方法称为**图像法**.函数图像为满足函数 $y=f(x)$ 的所有点 (x,y) 的集合，即 $\{(x,y)\mid y=f(x)\}$，如用图像法表示 $y=2x$，如图 2-1 所示.

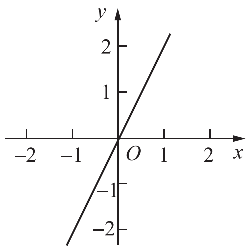


图 2-1

(三)函数的性质

1.单调性

设 $f(x)$ 是定义在区间 (a,b) 内的函数.

对任意 $x_1,x_2\in(a,b)$，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内是单调递增的函数，简称增函数.

对任意 $x_1,x_2\in(a,b)$，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内是单调递减的函数，简称减函数.

单调递增函数和单调递减函数统称为单调函数，若函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内是单调函数，则称区间 (a,b) 为单调区间，(a,b) 用集合表示为 $\{x\mid a<x<b\}$.

单调增函数的图像自左至右是上升的；单调减函数的图像自左至右是下降的.

例 1 判断下列函数的单调性.

(1) $y=5x-5(x\in\mathbf{R})$；　　(2) $y=-5x-5(x\in\mathbf{R})$.

解 (1)当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$，所以 $y=5x-5(x\in\mathbf{R})$ 是增函数；

(2)当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)>f(x_2)$，所以 $y=-5x-5(x\in\mathbf{R})$ 是减函数.

2.奇偶性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D 且关于原点对称.

若对任意 $x\in D$,满足 $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$在 D 上是偶函数,偶函数的图像关于 y 轴对称.

若对任意 $x\in D$,满足 $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$在 D 上是奇函数,奇函数的图像关于原点对称.

有些函数既不是奇函数也不是偶函数,称为非奇非偶函数.

例 2 指出下列函数哪个是奇函数,哪个是偶函数.

(1)$y=2x(x\in \mathbf{R})$;　　(2)$y=-5x+5(x\in \mathbf{R})$;

(3)$y=x^2+5(x\in \mathbf{R})$.

解　由函数奇偶性的定义.

(1)$f(-x)=2(-x)=-2x=-f(x)$,所以 $y=2x(x\in \mathbf{R})$是奇函数;

(2)$f(-x)=5x+5$,所以 $y=-5x+5(x\in \mathbf{R})$是非奇非偶函数;

(3)$f(-x)=x^2+5=f(x)$,所以 $y=x^2+5(x\in \mathbf{R})$是偶函数.

二、一次函数

1.定义

形如 $y=kx+b$ 的函数叫作**一次函数**,其中 k 与 b 是常数且 $k\neq 0$.若 $b=0$,则函数 $y=kx$ 为**正比例函数**. 一次函数的定义域和值域都是实数集 $\mathbf{R}$.

2.图像、单调性、奇偶性(图 2-2)

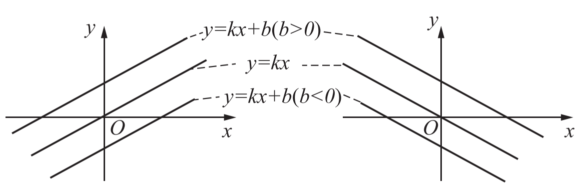


图 2-2

当 $k>0$ 时,$y=kx+b$ 的图像与 x 轴正半轴的夹角为锐角,$y=kx+b$ 是单调增函数;

当 $k<0$ 时,$y=kx+b$ 的图像与 x 轴正半轴的夹角为钝角,$y=kx+b$ 是单调减函数;

当 $b=0$ 时,函数为正比例函数 $y=kx$,图像经过坐标原点$(0,0)$,是奇函数;

当 $b>0$ 时,函数图像从 $y=kx$ 位置沿 y 轴向上平移 b 个单位;

当 $b<0$ 时,函数图像从 $y=kx$ 位置沿 y 轴向下平移$|b|$个单位.

三、二次函数

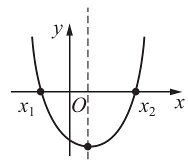
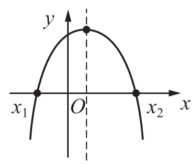
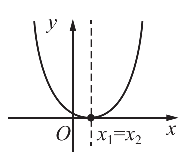
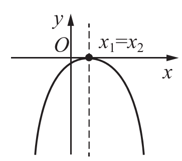
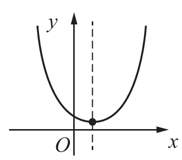
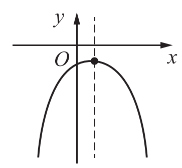
1.定义

函数 $y=ax^2+bx+c$ 叫作**二次函数**,其中 a,b,c 均为常数且 $a\neq 0$.其定义域为实数集 $\mathbf{R}$.

2.图像

函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像见表 2-2.

表 2-2

$y=ax^2+bx+c$	$a>0$	$a<0$	顶点坐标和对称轴
$\Delta>0$			$y=ax^2+bx+c$ $=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$ $=a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right]-\frac{b^2}{4a}+c$ $=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$, 顶点坐标$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$, 对称轴方程 $x=-\frac{b}{2a}$
$\Delta=0$			
$\Delta<0$			

3.性质

单调性、最大值与最小值、奇偶性、对称性见表 2-3.

表 2-3

	$y=ax^2+bx+c$ $(a>0,b\neq0)$	$y=ax^2+bx+c$ $(a>0,b=0)$	$y=ax^2+bx+c$ $(a<0,b\neq0)$	$y=ax^2+bx+c$ $(a<0,b=0)$
开口方向	向上		向下	
单调性	在区间$\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right]$上单调递减； 在区间$\left[-\frac{b}{2a},+\infty\right)$上单调递增	在区间$(-\infty,0]$上单调递减； 在区间$[0,+\infty)$上单调递增	在区间$\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right]$上单调递增； 在区间$\left[-\frac{b}{2a},+\infty\right)$上单调递减	在区间$(-\infty,0]$上单调递增； 在区间$[0,+\infty)$上单调递减
最大值	无	无	$\frac{4ac-b^2}{4a}$	c
最小值	$\frac{4ac-b^2}{4a}$	c	无	无
奇偶性	非奇非偶	偶函数	非奇非偶	偶函数
对称性	关于 $x=-\frac{b}{2a}$对称	关于 y 轴对称	关于 $x=-\frac{b}{2a}$对称	关于 y 轴对称

4. $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=ax^2$ 的图像的关系

当 $a\neq0$ 时，$y=ax^2+bx+c$ 与 $y=ax^2$ 的图像是平移关系.$y=ax^2$ 的顶点坐标是$(0,0)$，而 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标是$\left(-\dfrac{b}{2a},\dfrac{4ac-b^2}{4a}\right)$，两函数开口方向和幅度一致，则将其中一个函数的图像的顶点移动至另一个函数顶点处，即可得到另一个函数的图像.

例 3 已知 $y=(m-1)x^2+2mx+3$ 是偶函数，化简该式并求其最大值或最小值.

解 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 是偶函数的条件是 $b=0$，因 $y=(m-1)x^2+2mx+3$ 是偶函数，所以 $2m=0$，$m=0$，故 $y=-x^2+3$.

因为 $a<0$，故 $y=-x^2+3$ 没有最小值而有最大值，当 $x=0$ 时，y 取得最大值，$y_{\max}=3$.

例 4 已知 $y_1=2x^2+5$，$y_2=2x^2+6x+1$，它们的图像的形状是否相同？若相同，如何将 $y_1=2x^2+5$ 的图像平移得到 $y_2=2x^2+6x+1$ 的图像.

解 因函数 y_1 与 y_2 的二次项的系数相等，故两函数图像的形状及开口方向相同.

$$y_2=2x^2+6x+1=2\left[x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]-\frac{9}{2}+1=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{7}{2}.$$

该函数开口向上，且当 $x=-\dfrac{3}{2}$ 时，y 取最小值，$y_{\min}=-\dfrac{7}{2}$. 故该函数图像的顶点是$\left(-\dfrac{3}{2},-\dfrac{7}{2}\right)$，$y_1=2x^2+5$ 的顶点坐标是$(0,5)$.

因此，将函数 $y_1=2x^2+5$ 的图像向左平移至 $x=-\dfrac{3}{2}$，再向下平移至 $y=-\dfrac{7}{2}$ 即可得到函数 y_2 的图像.

四、反比例函数

1.定义

函数 $y=\dfrac{k}{x}(k,x\neq0)$叫作**反比例函数**.定义域与值域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

2.图像、奇偶性、对称性、单调性(图 2-3)

$y=\dfrac{k}{x}(k,x\neq0)$是奇函数，以坐标原点为对称中心.当 $k>0$ 时，在区间$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$内分别单调递减；当 $k<0$ 时，在区间$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$内分别单调递增.

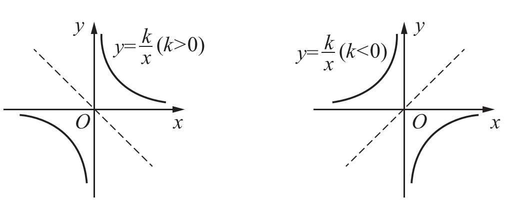


图 2-3

五、指数函数

（一）指数

1.指数的基本概念

（1）正整数指数幂 $a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n个}$（$n$ 为正整数）.

（2）零指数幂 $a^0=1(a\neq0)$.

（3）负整数指数幂 $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}(a\neq0)$.

（4）分数指数幂 $\begin{cases}\text{正分数指数幂} & a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m},\\ \text{负分数指数幂} & a^{-\frac{m}{n}}=\dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}=\sqrt[n]{\dfrac{1}{a^m}}=\dfrac{1}{\sqrt[n]{a^m}}.\end{cases}$ $(a>0)$

（5）有理数指数幂 $a^x(x\in\mathbf{R})$.

2.指数幂的运算法则

（1）$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$.

（2）$(a^m)^n=a^{mn}$.

（3）$(ab)^m=a^mb^m$.

（4）$a^m\div a^n=a^{m-n}$.

上式中，$a>0,b>0,m,n$ 都是实数.

例5 化简 $\left\{\left[1+\left(\dfrac{1}{10^9}\right)^2\right]^{10^9}\right\}^{10^9}$.

解 $\left\{\left[1+\left(\dfrac{1}{10^9}\right)^2\right]^{10^9}\right\}^{10^9}=\left[1+\left(\dfrac{1}{10^{18}}\right)\right]^{10^9\times10^9}=\left(1+\dfrac{1}{10^{18}}\right)^{10^{18}}$.

例6 化简 $(x^{-1}+y^{-1})(x^{-2}-x^{-1}y^{-1}+y^{-2})$.

解 原式 $=(x^{-1})^3+(y^{-1})^3=x^{-3}+y^{-3}$.

例7 化简 $\dfrac{a^{-1}-1}{a^{-1}+1}-\dfrac{a^{-1}+1}{a^{-1}-1}$.

解 原式 $=\dfrac{(a^{-1}-1)^2-(a^{-1}+1)^2}{(a^{-1}+1)(a^{-1}-1)}=\dfrac{-4a^{-1}}{a^{-2}-1}=\dfrac{4a^{-1}}{1-a^{-2}}=\dfrac{4a^{-1}\cdot a^2}{a^2-1}=\dfrac{4a}{a^2-1}$.

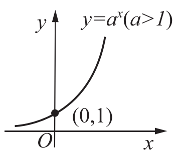
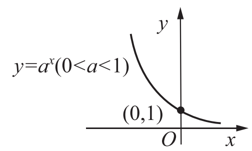
（二）指数函数

1.定义

形如 $y=a^x(a>0,a\neq1)$ 的函数叫作**指数函数**.其定义域为 $(-\infty,+\infty)$，值域为 $(0,+\infty)$.

2.图像和性质(表 2-4)

表 2-4

	$a>1$	$0<a<1$
图像		
性质	$y>0$,图像在 x 轴的上方	
	当 $x=0$ 时,$y=1$,图像经过点(0,1)	
	当 $x>0$ 时,$y>1$; 当 $x<0$ 时,$0<y<1$	当 $x>0$ 时,$0<y<1$; 当 $x<0$ 时,$y>1$
	在$(-\infty,+\infty)$内是增函数	在$(-\infty,+\infty)$内是减函数

六、对数函数

(一)对数

1.定义

如果 $a(a>0,a\neq1)$的 b 次幂等于 N,那么 b 叫作以 a 为底 N 的**对数**,记作 $\log_a N=b$.

2.对数的性质

(1)零和负数没有对数(因为 $a>0,a^b=N$,使 N 为零或负数的 b 并不存在).

(2)$\log_a 1=0,\log_a a=1$.

(3)恒等式:$a^{\log_a N}=N$.

(4)单调性:$y=\log_a x(a>1)$在区间$(0,+\infty)$内是增函数.$y=\log_a x(0<a<1)$在区间$(0,+\infty)$内是减函数.

3.对数运算法则

(1)$\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$.

(2)$\log_a\left(\dfrac{M}{N}\right)=\log_a M-\log_a N$.

(3)$\log_a M^n=n\log_a M$.

(4)$\log_a \sqrt[n]{M}=\dfrac{1}{n}\log_a M$.

4.换底公式

设 $a,b,N>0$ 且 $a\neq1,b\neq1$,则有 $\log_a N=\dfrac{\log_b N}{\log_b a}$,

同理可得 $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$，$\log_{a^n} b=\dfrac{1}{n}\log_a b$.

5.常用对数与自然对数

以 10 为底的对数叫作常用对数：$\log_{10} N$，简记为 $\lg N$.

以 e 为底的对数叫作自然对数：$\log_e N$，简记为 $\ln N$，$e=2.718\ 281\ 828\ 459\cdots$

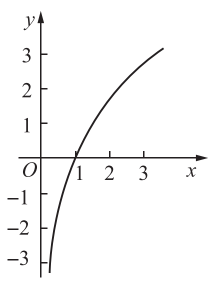
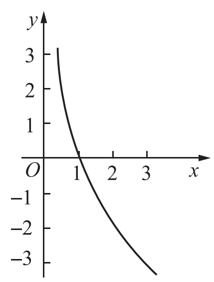
（二）对数函数

1.定义

函数 $y=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$叫作**对数函数**.其定义域为$(0,+\infty)$，值域为$(-\infty,+\infty)$.

2.图像和性质（表 2-5）

表 2-5

	$a>1$	$0<a<1$
图像		
性质	图像在 y 轴的右侧	
	当 $x=1$ 时，$y=0$，图像经过点$(1,0)$	
	当 $x>1$ 时，$y>0$； 当 $0<x<1$ 时，$y<0$	当 $x>1$ 时，$y<0$； 当 $0<x<1$ 时，$y>1$
	在$(0,+\infty)$内是增函数	在$(0,+\infty)$内是减函数

例 8 求 $y=\log_a(\log_a x)$的定义域.

解 要使 $y=\log_a(\log_a x)$有意义，则

$$\begin{cases}\log_a x>0,\\ x>0,\end{cases} \text{即} \begin{cases}\log_a x>\log_a 1, & ①\\ x>0, & ②\end{cases}$$

当 $0<a<1$ 时，随 x 增大，$\log_a x$ 减小，则要使 $\log_a x>\log_a 1$ 成立，必有 $x<1$，又由②得 $x>0$，所以 x 的取值范围是 $0<x<1$.

当 $a>1$ 时，随 x 增大，$\log_a x$ 增大，则要使 $\log_a x>\log_a 1$ 成立，必有 $x>1$，又由②得 $x>0$，所以 x 的取值范围是 $x>1$.

因此 $y=\log_a(\log_a x)$的定义域为$\begin{cases}0<x<1(0<a<1),\\ x>1(a>1).\end{cases}$

例 9 设 $3<\left(\frac{1}{3}\right)^{x}<27$，求 x 的取值范围.

解 原式两边取以 3 为底的对数，$\log_3 3<x(\log_3 1-\log_3 3)<\log_3 27$，得 $1<-x<3$，即 $-3<x<-1$.

例 10 求 $\log_2(6-5x-x^2)$的定义域.

解 要使 $\log_2(6-5x-x^2)$有意义，则必有 $6-5x-x^2>0$.故 $\log_2(6-5x-x^2)$的定义域是使 $6-5x-x^2>0$成立的 x 值的集合.

由 $6-5x-x^2>0$ 得 $x^2+5x-6<0$，得$(x+6)(x-1)<0$，即定义域为$-6<x<1$.

同步练习

一、选择题

1.函数 $y=\sqrt{x^2}$是(A)

A.偶函数　　B.奇函数

C.非奇非偶函数　　D.既是奇函数又是偶函数

2.既不是奇函数也不是偶函数的是(D)

A.$y=3x$　　B.$y=3x^2$　　C.$y=\frac{3}{x}$　　D.$y=3^x$

3.$y=ax^2-4x+a-3$ 的最大值为负值，则 a 的取值范围是(B)

A.$(-1,0)$　　B.$(-\infty,-1)$

C.$(-\infty,-1)\cup(-1,0)$　　D.$(4,+\infty)$

4.抛物线 $x^2=-2y+2$ 的开口方向和顶点坐标分别是(D)

A.开口向左，顶点$(0,-1)$　　B.开口向左，顶点$(0,1)$

C.开口向下，顶点$(0,-1)$　　D.开口向下，顶点$(0,1)$

5.已知 $4<\left(\frac{1}{4}\right)^{x}<64$，则(C)

A.$-1<x<3$　　B.$x>3$ 或 $x<-1$

C.$-3<x<-1$　　D.$1<x<3$

6.在区间$(0,+\infty)$上为增函数的是(C)

A.$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$　　B.$y=\left(x-\frac{1}{2}\right)^{2}$

C.$y=x^2-\frac{1}{2}$　　D.$y=\log_{\frac{1}{2}}x$

7.下列函数的图像与 $y=f(x)$的图像关于原点对称的是(C)

A.$y=-f(x)$　　B.$y=f(-x)$

C. $y=-f(-x)$ D. $y=|f(x)|$

8.下列函数的图像向右平移一个单位长度之后，与 $y=f(x)$ 的图像重合的是（ A ）

A. $y=f(x+1)$ B. $y=f(x-1)$

C. $y=f(x)+1$ D. $y=f(x)-1$

9.已知函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$，那么该函数（ D ）

A.是奇函数，且在 $(-\infty,0)$ 上单调增加

B.是偶函数，且在 $(-\infty,0)$ 上单调减少

C.是奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 上单调增加

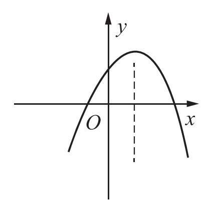
D.是偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上单调减少

10.已知 $y=f(x)(x\in\mathbf{R})$ 是以 3 为周期的奇函数，且 $f(1)>1$，$f(2)=a$，那么（ B ）

A. $a>1$ B. $a<-1$

C. $a>2$ D. $a<-2$

11.如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像，则 a,b,c 和 Δ 的取值范围是（ B ）



A. $a>0,b<0,c>0,\Delta>0$

B. $a<0,b>0,c>0,\Delta>0$

C. $a>0,b<0,c>0,\Delta<0$

D. $a<0,b<0,c>0,\Delta>0$

12.二次函数 $y=-2(x-3)^2+1$ 的图像由函数 $y=-2x^2$ 的图像经过下列平移得到的是（ A ）

A.先向右平移 3 个单位，再向上平移 1 个单位

B.先向左平移 3 个单位，再向上平移 1 个单位

C.先向右平移 3 个单位，再向下平移 1 个单位

D.先向左平移 3 个单位，再向下平移 1 个单位

13. $f[f(x)]=x^4-6x^2+6$，则（ C ）

A. $f(x)=x^2-12$ B. $f(x)=x^2+6$

C. $f(x)=x^2-3$ D. $f(x)=x^2-6$

14.下列函数中，在区间 $(0,+\infty)$ 上是增函数的是（ B ）

A. $y=-x^2$ B. $y=x^2-2$

C. $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$ D. $y=\log_2\frac{1}{x}$

15.已知函数 $f(x)$ 为奇函数，当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)=\lg(x+1)$，那么当 $x\in(-1,0)$ 时，$f(x)$ 的表达式为（ B ）

A. $-\lg(x+1)$ B. $-\lg(1-x)$

C. $\lg(1-x)$ D. $\frac{1}{2}\lg(x+1)^2$

16.已知函数 $f(3x)=\log_2\sqrt{\dfrac{9x+5}{2}}$,则 $f(1)=$(A)

A.1　　B.$\log_2\sqrt{7}$　　C.-1　　D.$-\log_2\sqrt{7}$

17.设 $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$,则 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=$(C)

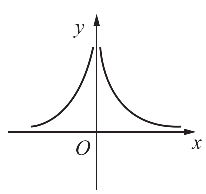
A.$\dfrac{1-x}{1+x}$　　B.$\dfrac{1+x}{1-x}$　　C.$\dfrac{x+1}{x-1}$　　D.$\dfrac{x-1}{x+1}$

18.下列函数中,定义域为全体实数的是(D)

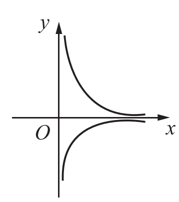
A.$y=\sqrt{x^2-x}$　　B.$\dfrac{1}{\lg|x+1|}$

C.$y=\dfrac{x}{(x+2)^2-1}$　　D.$y=\sqrt{(x+2)^2+1}$

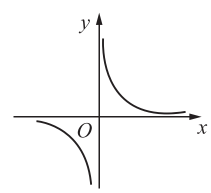
19.函数 $|y|=\dfrac{1}{|x|}$ 的图像是(D)



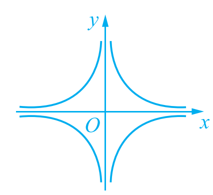
A



B

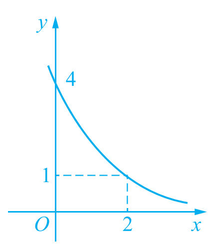


C

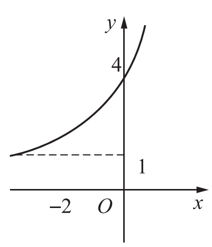


D

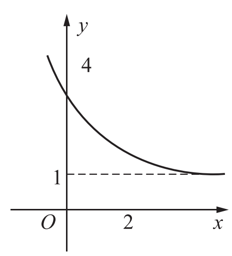
20.函数 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-2}$ 的图像是(A)



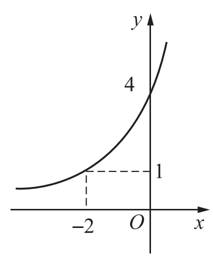
A



B

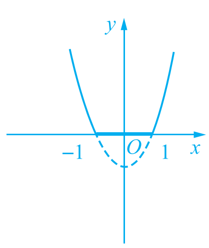


C

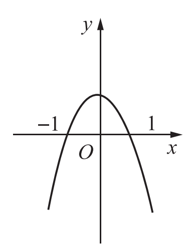


D

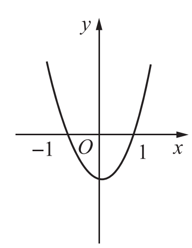
21.函数 $y=\dfrac{1}{2}[|x^2-1|+(x^2-1)]$ 的图像是(A)



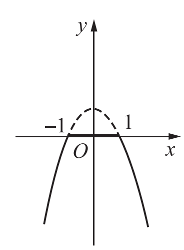
A



B

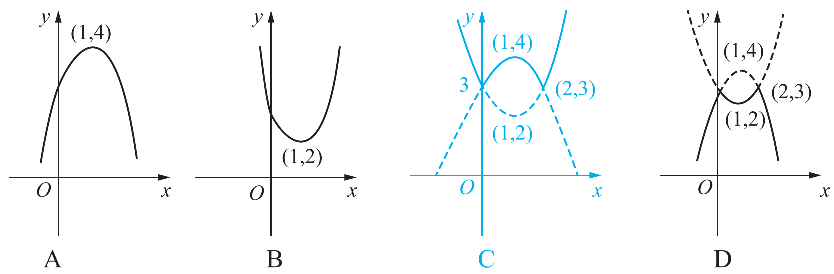


C



D

22.函数 $y=|x^2-2x|+3$ 的图像是(C)

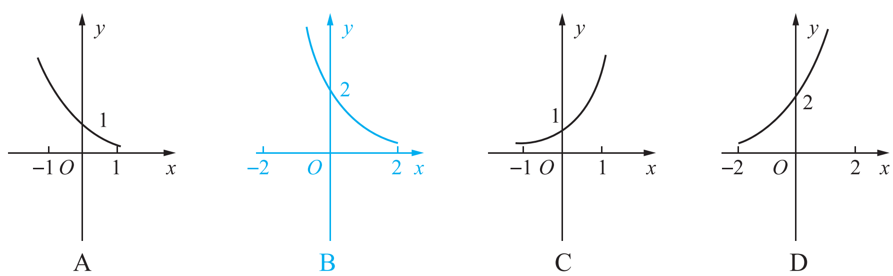


23.下列函数中，既是奇函数，又是单调递减的函数是(D)

A.$y=-x^{-1}$　　B.$y=\log_{0.3}0.5x$

C.$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$　　D.$y=\log_{0.3}2^x$

24.函数 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1}$ 的图像是(B)



25.如果指数函数 $y=-a^x$ 的图像经过点$(2,-16)$，则 $a=$(C)

A.2　　B.-2　　C.4　　D.-4

26.函数 $y=\sqrt{x^2+3x+2}+\log_2 3x$ 的定义域为(C)

A.$x>-1$　　B.$x\geqslant-2$

C.$x>0$　　D.$-2<x<-1$

二、填空题

1.函数 $y=\lg(4x-x^2-3)$的单调区间是________.

2.已知 $\log_{\frac{1}{2}}2x<\log_{\frac{1}{2}}(x+2)$，则 $x\in$________.

3.函数 $y=\sqrt{8-2^{x+1}}+\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$的定义域是________.

4.二次函数 $y=20+x-\dfrac{x^2}{5}$的最大值为________，此时 $x=$________.

5.二次函数 $y=f(x)$的最小值 $f(1)=-45$，且它的图像经过点$(0,-40)$，则 $a=$________，$b=$________，$c=$________.

6.正方形边长是3，若边长增加 x，面积增加 y，则 y 与 x 的函数关系式为________.

7.已知函数 $f(x)=kx+5$，设 $f(2)=3$，则使得 $f(x)>0$ 的 x 的取值范围是________.

8.已知二次函数的图像以点$(1,3)$为顶点，并经过点$(2,5)$，则此二次函数的解析式为 $y=$________.

9.已知函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像经过点$(0,24)$，且当 $x=\dfrac{1}{2}$时，y 达到最大值25，则 $a=$________，

$b=$________, $c=$________.

10.函数 $y=|x^2-4|-3x$ 在区间$[-2,5]$中，当 $x=$________时，取最大值为________；当 $x=$________时，取最小值为________.

三、判断函数奇偶性

1.已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$，判断 $f(x)$的奇偶性.

2.函数 $f(x)=a^x-a^{-x}(a\neq1)$，判断 $f(x)$的奇偶性.

四、解答题

1.求函数 $y=(1+x)^0-\frac{\sqrt{1+x}}{x}$的定义域.

2.已知一个长为 4，宽为 3 的矩形，当长增加 x 时，宽减少$\frac{x}{2}$.问当 x 取何值时矩形面积最大，最大面积为多少？

3.(1)已知函数 $f(x)=ax+c$，$f(1)=1$，$f(2)=4$，求 a 与 c 的值；

(2)已知 $f(x)=1-ax^2$，$g(x)=2x+b$，且 $f(1)+g(-2)=-1$，$f(-2)-g(1)=2$，求 a 和 b 的值；

(3)设函数 $y=f(x)$为一次函数，已知 $f(2)=8$，$f(-6)=4$，求 $f(22)$.

4.等腰直角三角形的腰长为 l，要使其内接矩形的面积为最大，那么矩形的长与宽应各为多少？

5.已知 $f(x)=x^2+2mx+m^2-\frac{m}{2}-\frac{3}{2}$，当 $x\in(0,+\infty)$时 $f(x)>0$，求 m 的取值范围.

6.设 $2x-3y-z=0$，$x+3y-14z=0$，$x\neq 0$，求$\dfrac{x^3y+5xyz+xz}{y^2+z^2}$的最小值.

7.弹簧伸长的长度与下面所挂砝码的重量成正比.已知弹簧挂 20g 重的砝码时长度是 12cm，挂 35g 重的砝码时长度是 15cm.写出弹簧长度 y(cm)与砝码重 x(g)的函数关系式，并求弹簧不挂砝码时的长度.

8.火车由 A 站出发，经过 B 站开往 C 站.已知 A、B 两站相距 150km，B、C 两站相距 180km，火车速度为 60km/h.写出火车越过 B 站的距离 y(km)与时间 t(h)的函数关系式，并求出函数的定义域与值域.

9.一圆柱形水桶，底面半径为 20cm，桶高 80cm，把体积 V(cm^3)表示为水面高 h(cm)的函数关系式，并求出函数的定义域与值域.

10.一台机器每年的折旧率为 4%，大约经过多少年，它的价值相当于原来的$\dfrac{1}{2}$?（已知 lg2=0.3010，lg3=0.4771）

参考答案

二、填空题

1.$(1,2]$,$[2,3)$　2.$(2,+\infty)$　3.$1<x\leqslant 2$　4.$\frac{85}{4}$　$\frac{5}{2}$

5.5　-10　-40　6.$y=x^2+6x$　7.$x<5$　8.$2x^2-4x+5$

9.-4　4　24　10.$-\frac{3}{2}$　$\frac{25}{4}$　2　-6

三、判断函数奇偶性

1.$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$,$\because$ $f(-x)=\frac{1}{2}(e^{-x}-e^{-(-x)})=-\frac{1}{2}(e^{x}-e^{-x})=-f(x)$,

$\therefore$ $f(x)=\frac{1}{2}(e^{x}-e^{-x})$是奇函数.

2.$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$,$f(-x)=a^{-x}-a^{x}=-f(x)$,$\therefore$ $f(x)$为奇函数.

四、解答题

1.$\{x\mid x>-1$ 且 $x\neq 0\}$

2.当 $x=1$ 时矩形面积最大,最大面积为 12.5

3.(1)$a=3,c=-2$　(2)$a=-1,b=1$　(3)18

4.长为$\frac{\sqrt{2}}{2}l$,宽为$\frac{\sqrt{2}}{4}l$

5.$m<-3$ 或 $m>\frac{3}{2}$

6.$\frac{1}{8}$

7.$y=\frac{1}{5}x+8$,8cm

8.函数关系式 $y=60t-150$　定义域是 $0\leqslant t\leqslant 5.5$

相应值域是$-150\leqslant y\leqslant 180$

9.函数式为 $V=400\pi h$　定义域为 $0\leqslant h\leqslant 80$

值域为 $0\leqslant V\leqslant 32000\pi$

10.$x\approx 17$ 年

第三章 不等式和不等式组

考点要求

1.了解不等式的性质.会解一元一次不等式、一元一次不等式组和可化为一元一次不等式组的不等式,会解一元二次不等式.会表示不等式或不等式组的解集.

2.会解形如$|ax+b|\geqslant c$和$|ax+b|\leqslant c$的绝对值不等式.

知识解读

一、不等式的性质

1.两个实数的大小比较

$a-b>0\Leftrightarrow a>b$; $a-b=0\Leftrightarrow a=b$; $a-b<0\Leftrightarrow a<b$.

要比较实数a,b的大小,只需考查它们的差$a-b$是大于零、小于零还是等于零,这种方法叫作作差比较法.作差比较法也可用于比较两个代数式的大小.

2.不等式的基本性质

(1)传递性:$a>b,b>c\Rightarrow a>c$.

(2)可加性:$a>b\Rightarrow a+c>b+c$.

(3)可乘性:$a>b,c>0\Rightarrow ac>bc$;

$a>b,c<0\Rightarrow ac<bc$.

(4)移项法则:$a+b>c\Leftrightarrow a>c-b$.

(5)同向相加定理:$a>b,c>d\Rightarrow a+c>b+d$.

(6)同向相乘定理$a>b>0,c>d>0\Rightarrow ac>bd$.

(7)$a>b>0\Rightarrow a^n>b^n$ $(n>1,n\in\mathbf{N}^*)$.

(8)$a>b>0\Rightarrow\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$ $(n>1,n\in\mathbf{N}^*)$.

提示 应注意不等式性质及其推论成立的条件,特别是(3)和(6)成立的条件.

例 1 下列命题为真的是(　　)

A.如果 $a>b$,那么 $ac>bc$　　B.如果 $a>b$,那么 $ac^2>bc^2$

C.如果 $ac^2>bc^2$,那么 $a>b$　　D.如果 $a>b$,$c>d$,那么 $ac>bd$

解　在 A 中,若当 $c=0$ 时,有 $ac=bc$;B 项同理;C 项由于 $ac^2>bc^2$,知 $c^2\neq0$,故 $c^2>0$,有 $ac^2>bc^2$,即 $a>b$;D 项当 $a>b>0$,$c>d>0$ 时,$ac>bd$ 才成立,故选 C.

例 2 设 $a>b$,$c>d$,则下列不等式成立的是(　　)

A.$a>b+c-d$　　B.$a>b-c+d$

C.$a>c+d-b$　　D.$b>a+c-d$

解　利用同向相加法,$a+c>b+d$,所以 $a>b-c+d$,故选 B.

例 3 已知 $a,b,c\in\mathbf{R}$,则下列选项中,正确的是(　　)

A.$a>b\Rightarrow am^2>bm^2$　　B.$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}\Rightarrow a>b$

C.$a^3>b^3,ab>0\Rightarrow a^{-1}<b^{-1}$　　D.$a^2>b^2,ab>0\Rightarrow a^{-1}<b^{-1}$

解　在 A 中,若 $m=0$,本式不成立;在 B 中,若 $c<0$,有 $a<b$;C 正确;在 D 中,若 a,b 同负,则 $a<b$,故 $a^{-1}>b^{-1}$,故选 C.

例 4 若 a,b 是任意实数,且 $a>b$,则(　　)

A.$a^2>b^2$　　B.$\frac{b}{a}<1$　　C.$\lg a>\lg b$　　D.$2^{-a}<2^{-b}$

解　对于 A,$a>b\Leftrightarrow a-b>0$,而 $a^2>b^2\Leftrightarrow(a+b)(a-b)>0$,当 a,b 都取负值时不成立;对于 B,$\frac{b}{a}<1\Leftrightarrow\frac{b-a}{a}<0\Leftrightarrow\frac{a-b}{a}>0$,当 $a<0$ 时不成立;选项 C 缺少条件 $a>0,b>0$;对于 D,由 $a>b$ 得 $-a<-b$,再由指数函数 $y=2^x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数,可以得出结论,故选 D.

例 5 已知 $a>b>0$,$c>0$,求证:$\frac{c}{b}>\frac{c}{a}$.

证明　方法一:

因为 $\frac{c}{b}-\frac{c}{a}=\frac{ac-bc}{ab}=\frac{(a-b)c}{ab}$,

又有 $a>b>0$,$c>0$,所以 $ab>0$,$a-b>0$,$(a-b)c>0$,

所以 $\frac{(a-b)c}{ab}>0$,即 $\frac{c}{b}>\frac{c}{a}$.

方法二:因为 $a>b>0$,所以 $0<\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.因为 $c>0$,所以 $\frac{c}{b}>\frac{c}{a}$.

二、不等式的解法

1.一元一次不等式

一元一次不等式的一般形式为：$ax>b(a\neq 0)$，它的解的情况见表 3-1.

表 3-1

不等式的形式	$ax>b$	
a 的范围	$a>0$	$a<0$
解的范围	$x>\frac{b}{a}$	$x<\frac{b}{a}$

提示 一元一次不等式的一般解法是：运用不等式的基本性质，去分母、去括号、移项、合并同类项，化归为 $ax>b$ 的形式，最后求出其解集.

2.一元二次不等式

一元二次不等式的一般形式为：$ax^2+bx+c>0(a\neq 0)$或 $ax^2+bx+c<0(a\neq 0)$.

一元二次不等式的一般解法为图像法：

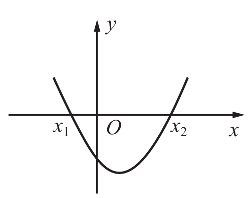
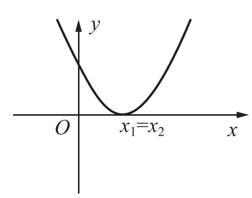
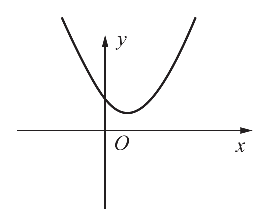
(1)求出相应一元二次方程的根.

(2)根据图像求出一元二次不等式的解集.

具体方法如下：

当 $a>0$ 时，见表 3-2.

表 3-2

判别式	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
$ax^2+bx+c=0$ 的根	有两个不等的实数根 x_1,x_2	有两个相等的实数根 $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$	无实数根
函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像			
$ax^2+bx+c>0$ 的解集	$x<x_1$ 或 $x>x_2$	$x\neq x_1$	**R**
$ax^2+bx+c<0$ 的解集	$x_1<x<x_2$	$\varnothing$	$\varnothing$
$ax^2+bx+c\geqslant 0$ 的解集	$x\leqslant x_1$ 或 $x\geqslant x_2$	**R**	**R**
$ax^2+bx+c\leqslant 0$ 的解集	$x_1\leqslant x\leqslant x_2$	$x=x_1=x_2$	$\varnothing$

提示　(1)图像法直观地表现出二次函数图像与一元二次方程的根以及一元二次不等式三者之间关系.

(2)若 x^2 的系数 a 小于零,则不等式两边同乘以-1,使得一元二次不等式最高次项的系数为正,然后按表 3-2 求解.

例 6　不等式 $x^2-4x+3<0$ 的整数解的集合是________.

解　由不等式 $x^2-4x+3<0$ 得 $1<x<3$,∴ 整数解的集合是$\{2\}$.

例 7　解不等式$-2x^2+3x-1\leqslant 0$.

解　将不等式两边同乘以-1,得 $2x^2-3x+1\geqslant 0$.方程 $2x^2-3x+1=0$ 的两个根为 $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=1$,所以不等式 $2x^2-3x+1\geqslant 0$ 的解集为$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup[1+\infty)$.

故原不等式$-2x^2+3x-1\leqslant 0$ 的解集为$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup[1+\infty)$.

例 8　解不等式$(x-2)(x+1)<0$.

解　由不等式$(x-2)(x+1)<0$,得对应方程$(x-2)(x+1)=0$ 的解为 $x_1=-1$ 或 $x_2=2$.

故原不等式的解集为$(-1,2)$.

例 9　求不等式$\frac{x+1}{x-3}>0$ 的解集.

解　原不等式等价于$(x+1)(x-3)>0$,所以不等式的解为 $x<-1$ 或 $x>3$.

故原不等式解集为$(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$.

例 10　求不等式$(x-1)\sqrt{x^2-x-2}\geqslant 0$ 的解集.

解　原不等式等价于:$\begin{cases}x-1\geqslant 0,\\x^2-x-2\geqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geqslant 1,\\x\leqslant -1 \text{ 或 } x\geqslant 2\end{cases}\Leftrightarrow x\geqslant 2$,

故原不等式的解集为$[2,+\infty)$.

例 11　若不等式 $x^2-ax-b<0$ 的解集为$\{x\mid 2<x<3\}$,求不等式 $bx^2-ax-1>0$ 的解集.

解　由不等式 $x^2-ax-b<0$ 的解集为$\{x\mid 2<x<3\}$,知方程 $x^2-ax-b=0$ 的两个根为 2,3,由韦达定理得$\begin{cases}2+3=a,\\2\times 3=-b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5,\\b=-6.\end{cases}$

代入不等式 $bx^2-ax-1>0$,得$-6x^2-5x-1>0$,

即 $6x^2+5x+1<0$,

解得其解集为$\left\{x\mid -\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{3}\right\}$.

例 12 解关于 x 的不等式 $56x^2+ax<a^2$.

解 原不等式可化为 $56x^2+ax-a^2<0$，对应方程的根为：$-\frac{a}{7},\frac{a}{8}$.

当 $a>0$ 时，$-\frac{a}{7}<\frac{a}{8}$，此时不等式 $56x^2+ax-a^2<0$ 的解集为 $\left(-\frac{a}{7},\frac{a}{8}\right)$；

当 $a<0$ 时，$-\frac{a}{7}>\frac{a}{8}$，此时不等式 $56x^2+ax-a^2<0$ 的解集为 $\left(\frac{a}{8},-\frac{a}{7}\right)$；

当 $a=0$ 时，$56x^2<0$，故不等式的解集为 $\varnothing$.

例 13 已知关于 x 的不等式 $mx^2+2mx-(m+2)<0$ 的解集是 $\mathbf{R}$，求实数 m 的取值范围.

解 当 $m=0$ 时，原不等式为 $-2<0$ 恒成立，解集为 $\mathbf{R}$；

当 $m>0$ 时，二次函数 $y=mx^2+2mx-(m+2)$ 图像开口向上，方程 $mx^2+2mx-(m+2)=0$ 的根的判别式，$\Delta=(2m)^2+4m(m+2)=8m^2+8m>0$，故 $mx^2+2mx-(m+2)<0$ 的解集不是 $\mathbf{R}$；

当 $m<0$ 时，由题意知：$\Delta=4m^2+4m(m+2)=8m^2+8m<0$，即 $m\in(-1,0)$.

综上所述，$m\in(-1,0]$.

3.一元一次不等式组

解一元一次不等式组的一般步骤是：

(1)先分别求出不等式组中各个不等式的解集.

(2)找出这些解集的交集，得到不等式组的解集.

以两个一元一次不等式组成的不等式组为例，其解的情况见表 3-3(设 $a<b$).

表 3-3

不等式组的形式	$\begin{cases}x>a\\x>b\end{cases}$	$\begin{cases}x>a\\x<b\end{cases}$	$\begin{cases}x<a\\x<b\end{cases}$	$\begin{cases}x<a\\x>b\end{cases}$
解的范围	$x>b$	$a<x<b$	$x<a$	无解

4.含绝对值的不等式

绝对值内含有未知数的不等式称为含绝对值的不等式.

解不等式的依据：

对于正实数 a，有：$|x|\leqslant a\Leftrightarrow -a\leqslant x\leqslant a$，

$|x|>a\Leftrightarrow x<-a$ 或 $x>a$.

提示 (1)$|ax+b|\leqslant c$，$|ax+b|>c$ 型不等式，先利用不等式性质将 $ax+b$ 看作一个整体，再进一步解出原不等式的解集.

(2)$|ax+b|\leqslant c$，注意 c 的范围.