

# 高等学历-数学（理工农医类）-试卷



类目：高等学历继续教育模拟试卷  
书名：高等学历-数学（理工农医类）-试卷  
主编：陈智秀  
出版社：河北科学技术出版社  
开本：正 16 开  
书号：978-7-5717-1300-3  
使用层次：成人教育  
出版时间：2022 年 11 月  
定价：26.00 元  
印刷方式：单色  
是否有资源：是



全国各类高等学历继续教育招生考试真题汇编及全真模拟  
全国百所继续教育机构推荐用书

全国各类高等学历继续教育招生考试真题汇编及全真模拟

数学（理工农医类）

高中起点升本、专科

主编 陈智秀

河北科学技术出版社

## 图书同步精讲课程

—课时多、讲得细、学得快，通过考试更容易—

提升学历就选高等学历继续教育



理论精讲

明确考情  
夯实基础



真题讲练

掌握规律  
巩固提升



专题突破

把握重点  
突破难点



模考训练

模考强化  
标准预测

### 课程说明

本课程视频由一线教师录制。  
本课程与最新考试大纲配套。  
本课程的学习平台为小书恋学习公众号，扫描右侧二维码观看。

立即扫码



小书恋学习公众号

### 全国各类高等学历继续教育招生考试备考用书（高中起点升本、专科）

#### 教材系列

- 语文
- 数学（理工农医类）
- 历史地理综合
- 数学（文史财经类）
- 英语
- 物理化学综合

#### 试卷系列

- 语文
- 数学（理工农医类）
- 历史地理综合
- 数学（文史财经类）
- 英语
- 物理化学综合

责任编辑：王宇  
责任校对：张京生  
美术编辑：张帆



ISBN 978-7-5717-1300-3  
定价：26.00元

河北科学技术出版社

# 数学（理工农医类）

高中起点升本、专科

主编 陈智秀

- 重点讲解
- 视频课程
- 强化训练
- 全新真题

# 目 录



考点解析

## 图书在版编目(CIP)数据

数学. 理工农医类: 高中起点升本、专科 / 陈智秀  
主编. —石家庄: 河北科学技术出版社, 2022. 11(2025. 1 重印)  
全国各类高等学历继续教育招生考试真题汇编及全真  
模拟 / 张东红主编  
ISBN 978-7-5717-1300-3

I. ①数… II. ①陈… III. ①数学—成人高等教育—  
入学考试—习题集 IV. ①G723.46

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2022)第 201935 号

## 数学(理工农医类) 高中起点升本、专科

SHUXUE(LI-GONG-NONG-YILEI) GAOZHONG QIDIAN SHENG BEN-ZHUANKE  
主编 陈智秀

---

出版发行 河北科学技术出版社  
地 址 石家庄市友谊北大街 330 号(邮编:050061)  
印 刷 唐山唐文印刷有限公司  
开 本 787 毫米×1092 毫米 1/8  
印 张 5  
字 数 100 千字  
版 次 2022 年 11 月第 1 版  
印 次 2025 年 1 月第 3 次印刷  
定 价 20.00 元

---

2024 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题 .....	(1-6)
2024 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题参考答案 .....	(7-8)
2023 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题 .....	(1-6)
2023 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题参考答案 .....	(7-8)
2022 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题 .....	(1-6)
2022 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题参考答案 .....	(7-8)
2021 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题 .....	(1-6)
2021 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题参考答案 .....	(7-8)
2020 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题 .....	(1-6)
2020 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题参考答案 .....	(7-8)
2019 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题 .....	(1-6)
2019 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题参考答案 .....	(7-8)
2018 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题 .....	(1-6)
2018 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理科)试题参考答案 .....	(7-8)
数学(理科)全真模拟试卷(一) .....	(1-6)
数学(理科)全真模拟试卷(一)参考答案 .....	(7-8)
数学(理科)全真模拟试卷(二) .....	(1-6)
数学(理科)全真模拟试卷(二)参考答案 .....	(7-8)
数学(理科)全真模拟试卷(三) .....	(1-6)
数学(理科)全真模拟试卷(三)参考答案 .....	(7-8)



## 第 II 卷 非选择题 (共 66 分)

得分	评卷人

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 7 分,共 21 分)

13.  $\sin 60^\circ =$  \_\_\_\_\_.

14. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = -1, a_4 = 8$ , 则  $a_7 =$  \_\_\_\_\_.

15. 从甲、乙、丙 3 名学生中随机选 2 人, 则甲被选中的概率为 \_\_\_\_\_.

得分	评卷人

三、解答题(本大题共 3 小题,每小题 15 分,共 45 分. 解答应写出推理、演算步骤)

16. (本小题满分 15 分)

记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c, a = 4, b = 5, c = 6$ .

(I) 证明:  $\triangle ABC$  是锐角三角形;

(II) 求  $\triangle ABC$  的面积.

17. (本小题满分 15 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ .

(I) 求  $C$  的离心率;

(II) 设  $O$  为坐标原点, 点  $A$  在  $C$  上, 点  $B(t, 2)$ , 且  $OA \perp OB, |AB| = 2\sqrt{2}$ , 求  $t$ .

弥封线内不要答题

18. (本小题满分 15 分)

已知函数  $f(x) = 3x^2 + a$ ,  $g(x) = x^3 + bx$ ,  $h(x) = f(x) + g(x)$ .

(I) 若曲线  $y = f(x)$  与  $y = g(x)$  在它们的公共点  $(1, c)$  处有相同的切线, 求  $a, b$ ;

(II) 若  $a = 1, b = -9$ , 求  $h(x)$  在区间  $[-5, 2]$  上的最大值与最小值.

# 2024 年成人高等学校招生全国统一考试

## 数学(理科)试题参考答案

### 一、选择题

1. A      2. D      3. C      4. B      5. B      6. D  
7. A      8. B      9. C      10. A      11. C      12. D

### 二、填空题

13.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       14. 17      15.  $\frac{2}{3}$

### 三、解答题

16. (I) 因为三角形三边长分别是  $a=4, b=5, c=6$ , 可得  $a < b < c$ .

因此, 三角形三个角满足  $A < B < C$ ,  $C$  为最大角

$$\text{又 } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{16 + 25 - 36}{2 \times 4 \times 5} = \frac{1}{8},$$

得  $\cos C > 0$ , 而  $C \in (0, \pi)$ , 故  $C$  为锐角,

从而  $A, B$  均为锐角,

所以  $\triangle ABC$  是锐角三角形.

$$(II) \text{ 由 (I) 知 } \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{8}\right)^2} = \frac{3\sqrt{7}}{8},$$

则由面积公式,  $\triangle ABC$  的面积

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} ab \sin C \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \frac{3\sqrt{7}}{8} \\ &= \frac{15\sqrt{7}}{4}. \end{aligned}$$

17. (I) 由题意知,  $a=2, b=\sqrt{2}, c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{2}$ ,

$$\text{故离心率 } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(II) 设点  $A$  的坐标为  $(x_0, y_0)$ , 则直线  $|AB| = \sqrt{(x_0-t)^2 + (y_0-2)^2} = 2\sqrt{2}$ , ①

在  $\text{Rt}\triangle AOB$  中,  $|AB|^2 = |OA|^2 + |OB|^2 = x_0^2 + y_0^2 + t^2 + 2^2 = 8$ , ②

点  $A$  在椭圆上, 得  $\frac{x_0^2}{4} + \frac{y_0^2}{2} = 1$ . ③

联立①②③, 可解得  $t=0, x_0 = \pm 2, y_0 = 0$ .

18. (I)  $f'(x) = 6x, g'(x) = 3x^2 + b$ ,

由题意知,  $f(1) = g(1), f'(1) = g'(1)$ ,

故  $3+a=1+b$ , 且  $6=3+b$ .

解得  $b=3, a=1$ .

(II)  $\because a=1, b=-9$ ,

$$\therefore f(x) = 3x^2 + 1, g(x) = x^3 - 9x,$$

$$\therefore h(x) = f(x) + g(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1,$$

$$h'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x+3)(x-1).$$

令  $h'(x) = 0$ . 得驻点  $x_1 = -3, x_2 = 1$ .

而  $h(-5) = -4, h(-3) = 28, h(1) = -4, h(2) = 3$ ,

故  $h(x)$  在  $[-5, 2]$  上的最大值为 28, 最小值为 -4.





24. (本小题满分 12 分)

已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点到准线的距离为 1.

(I) 求  $C$  的方程;

(II) 若  $A(1, m) (m > 0)$  为  $C$  上一点,  $O$  为坐标原点, 求  $C$  上另一点  $B$  的坐标, 使得  $OA \perp OB$ .

25. (本小题满分 13 分)

已知函数  $f(x) = (x - 4)(x^2 - a)$ .

(I) 求  $f'(x)$ ;

(II) 若  $f'(-1) = 8$ , 求  $f(x)$  在区间  $[0, 4]$  的最大值与最小值.

# 2023 年成人高等学校招生全国统一考试

## 数学(理科)试题参考答案

### 一、选择题

1. C    2. A    3. A    4. D    5. C    6. A    7. B    8. B    9. C    10. D  
 11. B    12. D    13. A    14. B    15. C    16. D    17. D

### 二、填空题

18.  $\frac{1}{2}$     19.  $2x + y - 3 = 0$     20. 4    21. 85

### 三、解答题

22. 解:由余弦定理  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$ , 可得  $ac = a^2 + c^2 - ac$ ,  
 即  $a^2 + c^2 - 2ac = (a - c)^2 = 0$ , 解得  $a = c$ .

又因为  $B = 60^\circ$ , 故  $\triangle ABC$  为等边三角形, 所以  $A = 60^\circ$ .

23. 解:因为  $\{a_n\}$  为等差数列, 则  $\begin{cases} a_1 + a_3 + a_5 = 3a_1 + 6d = 6, \\ a_2 + a_4 + a_6 = 3a_1 + 9d = 12, \end{cases}$

$$\text{解得 } \begin{cases} a_1 = -2, \\ d = 2. \end{cases}$$

24. 解:(I) 由题意, 该抛物线的焦点到准线的距离为  $\frac{p}{2} - \left(-\frac{p}{2}\right) = p = 1$ ,

所以抛物线  $C$  的方程为  $y^2 = 2x$ .

(II) 因  $A(1, m)(m > 0)$  为  $C$  上一点, 故有  $m^2 = 2$ ,

可得  $m = \sqrt{2}$ , 因此  $A$  点坐标为  $(1, \sqrt{2})$ .

设  $B$  点坐标为  $(x_0, -\sqrt{2x_0})$ , 则  $k_{OA} = \sqrt{2}, k_{OB} = -\frac{\sqrt{2x_0}}{x_0}$ .

因为  $OA \perp OB$ , 则有  $k_{OA} \cdot k_{OB} = -1$ .

即  $\sqrt{2} \cdot \frac{-\sqrt{2x_0}}{x_0} = -1$ , 解得  $x_0 = 4$ .

所以  $B$  点的坐标为  $(4, -2\sqrt{2})$ .

25. 解:(I)  $f'(x) = (x-4)'(x^2-a) + (x-4)(x^2-a)'$   
 $= x^2 - a + 2x(x-4)$   
 $= 3x^2 - 8x - a$

(II) 由于  $f'(-1) = 3 + 8 - a = 8$ , 得  $a = 3$ .

今  $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3 = 0$ ,

解得  $x_1 = 3, x_2 = -\frac{1}{3}$  (舍去).

又  $f(0) = 12, f(3) = -6, f(4) = 0$ .

所以在区间  $[0, 4]$  上函数最大值为 12, 最小值为 -6.



14.  $(x + \frac{1}{x^2})^5$  的展开式中,  $x^2$  的系数为( )

- A. 20  
B. 10  
C. 5  
D. 1

15. 已知直线  $l: 3x - 2y - 5 = 0$ , 圆  $C: (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ , 则  $C$  上到  $l$  的距离为 1 的点共有( )

- A. 1 个  
B. 2 个  
C. 3 个  
D. 4 个

16. 袋中有 6 个球, 其中 4 个红球, 2 个白球, 从中随机取出 2 个球, 则其中恰有 1 个红球的概率为( )

- A.  $\frac{8}{15}$   
B.  $\frac{4}{15}$   
C.  $\frac{2}{15}$   
D.  $\frac{1}{15}$

17. 给出下列两个命题:

- ①如果一条直线与一个平面垂直, 则该直线与该平面内的任意一条直线垂直  
②以二面角的棱上任意一点为端点, 在二面角的两个面内分别作射线, 则这两条射线所成的角为该二面角的平面角  
则( )

- A. ①②都为真命题  
B. ①为真命题, ②为假命题  
C. ①为假命题, ②为真命题  
D. ①②都为假命题

## 第 II 卷 非选择题 (共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 点  $(4, 5)$  关于直线  $y = x$  的对称点的坐标为\_\_\_\_\_.

19. 长方体的长、宽、高分别为 2, 3, 6, 则该长方体的对角线长为\_\_\_\_\_.

20. 某校学生参加一次科技知识竞赛, 抽取了其中 8 位同学的分数作为样本, 数据如下:

90, 90, 75, 70, 80, 75, 85, 75.

则该样本的平均数为\_\_\_\_\_.

21. 设函数  $f(x) = x \sin x$ , 则  $f'(x) =$ \_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $B = 120^\circ$ ,  $BC = 4$ , 若  $\triangle ABC$  的面积为  $4\sqrt{3}$ , 求  $AC$ .

23. (本小题满分 12 分)

已知  $a, b, c$  成等差数列,  $a, b, c + 1$  成等比数列. 若  $b = 6$ , 求  $a$  和  $c$ .

24. (本小题满分 12 分)

已知直线  $l$  的斜率为 1,  $l$  过抛物线  $C: x^2 = \frac{1}{2}y$  的焦点, 且与  $C$  交于  $A, B$  两点.

(I) 求  $l$  与  $C$  的准线的交点坐标;

(II) 求  $|AB|$ .

25. (本小题满分 13 分)

设函数  $f(x) = x \ln x + x$ .

(I) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(II) 求  $f(x)$  的极值.

# 2022 年成人高等学校招生全国统一考试

## 数学(理科)试题参考答案

### 一、选择题

1. C    2. B    3. D    4. B    5. C    6. D    7. A    8. A    9. D    10. A  
 11. C    12. D    13. B    14. C    15. D    16. A    17. B

### 二、填空题

18. (5, 4)    19. 7    20. 80    21.  $\sin x + x \cos x$

### 三、解答题

22. 解: 由  $\triangle ABC$  的面积为  $4\sqrt{3}$ , 得  $\frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 120^\circ = 4\sqrt{3}$ .

所以  $AB = 4$ .

因此  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos 120^\circ = 48$ .

所以  $AC = 4\sqrt{3}$ .

23. 解: 由已知得  $\begin{cases} a+c=12, \\ a(c+1)=36. \end{cases}$

解得  $\begin{cases} a=4, \\ c=8 \end{cases}$  或  $\begin{cases} a=9, \\ c=3. \end{cases}$

24. 解: (D) 的焦点为  $(0, \frac{1}{8})$ , 准线为  $y = -\frac{1}{8}$ .

由题意得  $l$  的方程为  $y = x + \frac{1}{8}$ .

因此  $l$  与  $C$  的准线的交点坐标为  $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{8})$ .

(II) 由  $\begin{cases} y = x + \frac{1}{8}, \\ y = 2x^2, \end{cases}$  得  $2x^2 - x - \frac{1}{8} = 0$ .

设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 则  $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}, y_1 + y_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ .

因此  $|AB| = y_1 + y_2 + \frac{1}{4} = 1$ .

25. 解: (I)  $f(1) = 1, f'(x) = 2 + \ln x$ , 故  $f'(1) = 2$ .

所以曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $y = 2x - 1$ .

(II) 令  $f'(x) = 0$ , 解得  $x = e^{-2}$ .

当  $0 < x < e^{-2}$  时,  $f'(x) < 0$ ; 当  $x > e^{-2}$  时,  $f'(x) > 0$ .

故  $f(x)$  在区间  $(0, e^{-2})$  单调递减, 在区间  $(e^{-2}, +\infty)$  单调递增.

因此  $f(x)$  在  $x = e^{-2}$  时取得极小值  $f(e^{-2}) = -e^{-2}$ .

# 2021 年成人高等学校招生全国统一考试 数学(理科)试题

题号	一	二	三	总分	统分人签字
得分					

## 第 I 卷 选择题 (共 85 分)

得分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若集合  $A = \{x \mid -1 \leq x < 5\}$ ,  $B = \{x \mid -2 < x < 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
 

A.  $\{x \mid -1 \leq x < 2\}$                       B.  $\{x \mid -2 < x < 2\}$   
C.  $\{x \mid -2 < x < 5\}$                       D.  $\{x \mid -1 \leq x < 5\}$
2. 已知  $\sin \alpha < 0$  且  $\tan \alpha < 0$ , 则  $\alpha$  是( )
 

A. 第一象限角                              B. 第二象限角  
C. 第三象限角                              D. 第四象限角
3. 下列函数中,既是偶函数又是周期函数的为( )
 

A.  $y = \sin 2x$                               B.  $y = x^2$   
C.  $y = \tan x$                                 D.  $y = \cos 3x$
4. 函数  $y = 1 + \log_2 x (x > 0)$  的反函数为( )
 

A.  $y = 2^{1-x} (x \in \mathbb{R})$                       B.  $y = 2^{x-1} (x \in \mathbb{R})$   
C.  $y = -1 + \log_{\frac{1}{2}} x (x > 0)$               D.  $y = \log_2 \frac{x}{2} (x > 0)$
5. 函数  $y = 5\cos^2 x - 3\sin^2 x$  的最小正周期为( )
 

A.  $4\pi$                                       B.  $2\pi$                                       C.  $\pi$                                       D.  $\frac{\pi}{2}$

6. 已知平面  $\alpha$ , 两条直线  $l_1, l_2$ .

设甲:  $l_1 \perp \alpha$  且  $l_2 \perp \alpha$ ;

乙:  $l_1 \parallel l_2$

则( )

- A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件  
B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件  
C. 甲是乙的充要条件  
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

7. 下列函数中,在  $(0, +\infty)$  为增函数的是( )

- A.  $y = x^2 + x$                               B.  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$   
C.  $y = \frac{1}{4} x$                                       D.  $y = \cos x$

8. 不等式  $|x - 1| > 1$  的解集为( )

- A.  $\{x \mid x > 2\}$                               B.  $\{x \mid x < 0\}$   
C.  $\{x \mid 0 < x < 2\}$                       D.  $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

9. 已知向量  $\mathbf{a} = (6, 0, -3)$ ,  $\mathbf{b} = (-2, 9, x)$ , 且  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ , 则  $x =$  ( )

- A.  $-4$     B.  $-1$   
C.  $1$     D.  $4$

10. 已知函数  $f(x) = 2x + 1$ , 则  $f(2x) =$  ( )

- A.  $4x^2 + 1$                                       B.  $4x + 1$   
C.  $x + 1$                                         D.  $2x + 2$

11.  $(1+i)(1-i) =$  ( )

- A.  $2$     B.  $1$   
C.  $0$     D.  $-1$

12. 甲、乙各进行一次射击,若甲击中目标的概率是 0.4,乙击中目标的概率是 0.5,且甲、乙是否击中目标相互独立,则甲、乙都击中目标的概率是( )

- A. 0.9    B. 0.5    C. 0.4    D. 0.2

13. 双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$  的渐近线方程为( )

- A.  $\frac{x}{4} \pm \frac{y}{9} = 0$                                       B.  $\frac{x}{9} \pm \frac{y}{4} = 0$

C.  $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$                       D.  $\frac{x}{3} \pm \frac{y}{2} = 0$

14. 等差数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_3 + a_5 = 2$ , 则  $a_1 + a_2 + a_6 + a_7 =$  ( )

- A. 1                                      B. 2  
C. 4                                      D. 8

15. 过抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点作  $x$  轴的垂线, 交  $C$  于  $A, B$  两点, 则  $|AB| =$  ( )

- A. 2                                      B. 4  
C.  $4\sqrt{2}$                               D. 8

16. 若向量  $a = (3, 4)$ , 则与  $a$  方向相同的单位向量为 ( )

- A.  $(0, 1)$                               B.  $(1, 0)$   
C.  $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$                               D.  $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$

17. 由 0, 1, 2, 3 四个数字, 组成没有重复数字的三位数, 共有 ( )

- A. 18 个                              B. 24 个  
C. 48 个                              D. 64 个

**第 II 卷 非选择题 (共 65 分)**

得 分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 圆  $x^2 + y^2 = 5$  在点  $(1, 2)$  处的切线的方程为 \_\_\_\_\_ .

19. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = 2n + 1$ , 则以  $a_2 =$  \_\_\_\_\_ .

20. 设球的表面积为  $4\pi$ , 则该球的体积为 \_\_\_\_\_ .

21. 从某大学篮球队历次比赛得分中, 抽取了 8 场比赛的得分作为样本, 数据如下:

88, 74, 73, 87, 70, 72, 86, 90,

则该样本的方差为 \_\_\_\_\_ .

得 分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知  $A, B$  为  $\odot O$  上的两点, 且  $AB = 3\sqrt{3}$ ,  $\angle ABO = 30^\circ$ . 求  $\odot O$  的半径.

23. (本小题满分 12 分)

等比数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_2 + a_4 = -10$ . 公比  $q = -\frac{1}{3}$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 求  $\{a_n\}$  的前 4 项和.

24. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$ .

(I) 求  $f'(x)$ ;

(II) 求  $f(x)$  在区间  $[-2, 2]$  的最大值与最小值.

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ,  $M(0, -1)$  和  $N(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$  为  $C$  上两点.

(I) 求  $C$  的标准方程;

(II) 设  $P$  为  $C$  的左顶点, 求  $\triangle PMN$  的面积.

# 2021 年成人高等学校招生全国统一考试 数学(理科)试题参考答案

## 一、选择题

1. A    2. D    3. D    4. B    5. C    6. B    7. A    8. D    9. A    10. B  
11. A    12. D    13. C    14. C    15. B    16. C    17. A

## 二、填空题

18.  $x+2y-5=0$     19. 2    20.  $\frac{4\pi}{3}$     21. 62.25

## 三、解答题

22. 解: 设  $\odot O$  的半径为  $r$ , 则  $OA=OB=r$ .

在  $\triangle AOB$  中,  $\angle OAB=\angle ABO=30^\circ$ , 所以  $\angle AOB=120^\circ$ .

由余弦定理得  $r^2+r^2-2r^2\cos 120^\circ=(3\sqrt{3})^2$ , 解得  $r=3$ .

所以  $\odot O$  的半径为 3.

23. 解: (I) 由已知得  $a_1q+a_1q^3=-10$ ,

又  $q=-\frac{1}{3}$ , 所以  $a_1\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{27}\right)=-10$ , 解得  $a_1=27$ ,

所以  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n=27\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ .

(II)  $a_1+a_3=\frac{1}{q}(a_2+a_4)$ , 又  $a_2+a_4=-10$ , 故  $a_1+a_2+a_3+a_4=20$ .

所以  $\{a_n\}$  的前 4 项和为 20.

24. 解: (I)  $f'(x)=6x^2-6x$ .

(II) 令  $f'(x)=0$ , 解得  $x=0$  或  $x=1$ .

因为  $f(-2)=-26, f(0)=2, f(1)=1, f(2)=6$ ,

所以  $f(x)$  在区间  $[-2, 2]$  的最大值为 6, 最小值为 -26.

25. 解: (I) 将点  $M$  和  $N$  的坐标代入  $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$  得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2}=1, \\ \frac{3}{a^2}+\frac{1}{4b^2}=1, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a^2=4, \\ b^2=1. \end{cases}$$

因此  $C$  的标准方程为  $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ .

(II) 由 (I) 得  $P(-2, 0)$ , 故  $|PM|=\sqrt{5}$ , 直线  $PM$  的方程为  
 $x+2y+2=0$ ,

因此点  $N$  到直线  $PM$  的距离

$$d=\frac{|\sqrt{3}+2\times\frac{1}{2}+2|}{\sqrt{5}}=\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{5}},$$

所以  $\triangle PMN$  的面积  $S=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ .



15. 从红、黄、蓝、黑 4 个球中任取 3 个, 则这 3 个球中有黑球的不同取法共有( )

- A. 3 种
- B. 4 种
- C. 2 种
- D. 6 种

16. 下列函数中, 最小正周期为  $\pi$  的函数是( )

- A.  $y = \sin x + \sin x^2$
- B.  $y = \sin 2x$
- C.  $y = \cos x$
- D.  $y = \sin \frac{x}{2} + 1$

17. 下列函数中, 为偶函数的是( )

- A.  $y = e^x + x$
- B.  $y = x^2$
- C.  $y = x^3 + 1$
- D.  $y = \ln(2x + 1)$

(2) 求  $\triangle ABC$  的面积.

### 第 II 卷 非选择题 (共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 函数  $f(x) = x^2 + bx + c$  的图象经过点  $(-1, 0), (3, 0)$ , 则  $f(x)$  的最小值为\_\_\_\_\_.

19. 某同学每次投篮命中的概率都是 0.6, 各次是否投中相互独立, 则该同学投篮 3 次恰有 2 次投中的概率是\_\_\_\_\_.

20. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $\frac{3^n}{2}$ , 则  $a_3 =$ \_\_\_\_\_.

21. 已知曲线  $y = \ln x + a$  在点  $(1, a)$  处的切线过点  $(2, -1)$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $A = 30^\circ, AB = \sqrt{3}, BC = 1$ .

(1) 求  $C$ ;

23. (本小题满分 12 分)

设函数  $f(x) = x^3 + x - 1$ .

(1) 求  $f(x)$  的单调区间;

(2) 求出一个区间  $(a, b)$ , 使得  $f(x)$  在区间  $(a, b)$  存在零点, 且  $b - a < 0.5$ .

弥封线内不要答题

24. (本小题满分 12 分)

已知  $\{a_n\}$  是等差数列, 且  $a_2 = -2, a_4 = -1$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆  $E$  的中心在坐标原点  $O$ , 焦点在  $x$  轴上, 长轴长为 8, 焦距为  $2\sqrt{7}$ .

(1) 求  $E$  的标准方程;

(2) 若以  $O$  为圆心的圆与  $E$  交于四点, 且这四点为一个正方形的四个顶点, 求该圆的半径.

# 2020 年成人高等学校招生全国统一考试

## 数学(理科)试题参考答案

### 一、选择题

1. D    2. D    3. D    4. C    5. B    6. A    7. D    8. C    9. D  
10. A    11. B    12. D    13. D    14. D    15. A    16. B    17. B

### 二、填空题

18. -4            19. 0.432            20. 9            21. -2

### 三、解答题

22. 解:(1)由正弦定理得

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C},$$

$$\text{即 } \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C}, \text{ 解得 } \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

故  $C = 60^\circ$  或  $120^\circ$ .

(2)由余弦定理得

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{3 + AC^2 - 1}{2\sqrt{3}AC} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

解得  $AC=1$  或  $AC=2$ .

当  $AC=1$  时,

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$

当  $AC=2$  时,

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

23. 解:(1)  $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ .

故函数在  $\mathbf{R}$  上单调递增,故其单调区间为  $\mathbf{R}$ .

(2)令  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{4}$ , 则有

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 1 < 0, f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64} + \frac{3}{4} - 1 > 0,$$

又由于函数在  $\mathbf{R}$  上单调递增,故其在  $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$  内存在零点,

且  $b - a = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} < 0.5$  (答案不唯一).

24. 解:(1)由题可知,

$$a_4 = a_2 + 2d = -2 + 2d = -1,$$

$$\text{可得 } d = \frac{1}{2}.$$

$$\text{故 } a_n = a_2 + (n-2)d = -2 + (n-2) \times \frac{1}{2} = \frac{n}{2} - 3.$$

(2)由(1)可知  $a_1 = \frac{1}{2} \times 1 - 3 = -\frac{5}{2}$ ,

$$\text{故 } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n\left(-\frac{5}{2} + \frac{n}{2} - 3\right)}{2} = \frac{1}{4}n(n-11).$$

25. 解:(1)由题知  $2a = 8, 2c = 2\sqrt{7}$ ,

$$\text{故 } a = 4, c = \sqrt{7}, b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{16 - 7} = 3,$$

$$\text{因此椭圆方程为 } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

(2)设圆的方程为  $x^2 + y^2 = R^2$ ,

因为圆与椭圆的四个交点为一正方形的顶点,设其在第一象限的交点为  $A$ , 则有  $OA=R$ ,  $A$  点到  $x$  轴与  $y$  轴的距离相等,

$$\text{可求得 } A \text{ 点的坐标为 } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}R, \frac{\sqrt{2}}{2}R\right),$$

$$\text{而 } A \text{ 点也在椭圆上,故有 } \frac{\frac{R^2}{2}}{16} + \frac{\frac{R^2}{2}}{9} = 1,$$

$$\text{解得 } R = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$$





24. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知  $\odot M$  的方程为  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$ ,  $\odot O$  经过点  $M$ .

(1) 求  $\odot O$  的方程;

(2) 证明: 直线  $x - y + 2 = 0$  与  $\odot M$ ,  $\odot O$  都相切.

25. (本小题满分 13 分)

已知函数  $f(x) = 2x^3 - 12x + 1$ , 求  $f(x)$  的单调区间和极值.

# 2019 年成人高等学校招生全国统一考试

## 数学(理科)试题参考答案

### 一、选择题

1. C    2. A    3. B    4. C    5. C    6. D    7. A    8. A    9. B  
10. D    11. C    12. A    13. D    14. C    15. B    16. D    17. B

### 二、填空题

18.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     19. 0    20. 4    21. 0.7

### 三、解答题

22. 解: (1) 设公差为  $d$ , 易知  $a_5 = a_3 + 2d$ ,

$$\text{故 } a_5 = a_3 + 2d = a_3 - 1,$$

$$\text{因此有 } d = -\frac{1}{2}.$$

(2) 由前  $n$  项和公式可得

$$\begin{aligned} S_{20} &= 20a_1 + \frac{20 \times (20-1)}{2} \times d \\ &= 20 \times 2 + \frac{20 \times (20-1)}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -55. \end{aligned}$$

23. 解: (1) 由  $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$  得  $C = 45^\circ$ ,

$$\begin{aligned} \text{故 } A &= 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ \\ &= 60^\circ, \end{aligned}$$

$$\text{因此 } \cos A = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

(2) 由正弦定理  $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$ ,

$$\text{故 } AB = \frac{BC \sin C}{\sin A} = \frac{3 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{6}.$$

24. 解: (1)  $\odot M$  可化为标准方程  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = (2\sqrt{2})^2$ ,

其圆心  $M$  点的坐标为  $(1, -1)$ ,

半径为  $r_1 = 2\sqrt{2}$ ,

$\odot O$  的圆心为坐标原点,

可设其标准方程为  $x^2 + y^2 = r_2^2$ ,

$\odot O$  过  $M$  点, 故有  $r_2 = \sqrt{2}$ ,

因此  $\odot O$  的标准方程为  $x^2 + y^2 = 2$ .

(2) 点  $M$  到直线的距离  $d_1 = \frac{|1+1+2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ ,

点  $O$  到直线的距离  $d_2 = \frac{|0+0+2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ ,

故  $\odot M$  和  $\odot O$  的圆心到直线  $x-y+2=0$  的距离均等于其半径,

即直线  $x-y+2=0$  与  $\odot M$  和  $\odot O$  都相切.

25. 解:  $f'(x) = 6x^2 - 12$ , 令  $f'(x) = 0$ ,

可得  $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$ ,

当  $x < -\sqrt{2}$  或  $x > \sqrt{2}$  时,  $f'(x) > 0$ ;

当  $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$  时,  $f'(x) < 0$ .

故  $f(x)$  的单调增区间是  $(-\infty, -\sqrt{2}]$ ,  $(\sqrt{2}, +\infty)$ ,

单调减区间是  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ .

当  $x = -\sqrt{2}$  时, 函数取得极大值  $f(-\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 1$ ;

当  $x = \sqrt{2}$  时, 函数取得极大值  $f(\sqrt{2}) = -8\sqrt{2} + 1$ .