

高等学历-高等数学一（试卷）



类目：高等学历继续教育模拟试卷
书名：高等学历-高等数学一（试卷）
主编：陈智秀
出版社：河北科学技术出版社
开本：正 16 开
书号： 978-7-5717-1176-4
使用层次：成人教育
出版时间：2022 年 11 月
定价：26.00 元
印刷方式：单色
是否有资源：是

图书同步精讲课程

—课时多、讲得细、学得快，通过考试更容易—

提升学历就选高等学历继续教育



理论精讲

明确考情
夯实基础



真题讲练

掌握规律
巩固提升



专题突破

把握重点
突破难点



模考训练

模考强化
标准预测

课程说明

本课程视频由一线教师录制。
本课程与最新考试大纲配套。
本课程的学习平台为小书恋学习公众号，扫描右侧二维码观看。

立即扫码



小书恋学习公众号

全国各类高等学历继续教育招生考试备考用书（专科起点升本科）

教材系列

- | | | | |
|----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| ☐ 政治 | ☐ 英语 | ☐ 高等数学（一） | ☐ 高等数学（二） |
| ☐ 民法 | ☐ 教育理论 | ☐ 医学综合 | ☐ 大学语文 |
| ☐ 艺术概论 | ☐ 生态学基础 | | |

试卷系列

- | | | | |
|----------------------------|-----------------------------|--|-------------------------------|
| ☐ 政治 | ☐ 英语 | ☒ 高等数学（一） | ☐ 高等数学（二） |
| ☐ 民法 | ☐ 教育理论 | ☐ 医学综合 | ☐ 大学语文 |
| ☐ 艺术概论 | ☐ 生态学基础 | | |

责任编辑：王 宇
责任校对：张京生
美术编辑：张 帆



定价：26.00元

全国各类高等学历继续教育招生考试真题汇编及全真模拟

高等数学（一）
专科起点升本科

主编 陈智秀

河北科学技术出版社

全国各类高等学历继续教育招生考试真题汇编及全真模拟
全国百所继续教育机构推荐用书

全新版

高等数学（一）

专科起点升本科

主编 陈智秀

✓ 重点讲解

✓ 视频课程

✓ 强化训练

✓ 全新真题

河北科学技术出版社

目 录



图书在版编目(CIP)数据

高等数学(一). 专科起点升本科 / 陈智秀主编
—石家庄 : 河北科学技术出版社, 2022. 9(2025. 1 重印)
全国各类高等学历继续教育招生考试真题汇编及全真模拟 / 张东红主编
ISBN 978-7-5717-1176-4

I. ①高… II. ①陈… III. ①高等数学—成人高等教育—习题集—升学参考资料 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2022)第 156614 号

高等数学(一) 专科起点升本科

GAODENG SHUXUE (YI) ZHUANKE QIDIAN SHENG BENKE
主编 陈智秀

出版发行 河北科学技术出版社
地 址 石家庄市友谊北大街 330 号(邮编:050061)
印 刷 唐山唐文印刷有限公司
开 本 787 毫米×1092 毫米 1/8
印 张 5
字 数 100 千字
版 次 2022 年 9 月第 1 版
印 次 2025 年 1 月第 3 次印刷
定 价 20.00 元

2024 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题	(1-6)
2024 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题参考答案	(7-8)
2023 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题	(1-6)
2023 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题参考答案	(7-8)
2022 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题	(1-6)
2022 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题参考答案	(7-8)
2021 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题	(1-6)
2021 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题参考答案	(7-8)
2020 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题	(1-6)
2020 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题参考答案	(7-8)
2019 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题	(1-6)
2019 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题参考答案	(7-8)
2018 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题	(1-6)
2018 年成人高等学校招生全国统一考试高等数学(一)试题参考答案	(7-8)
高等数学(一)全真模拟试卷(一)	(1-6)
高等数学(一)全真模拟试卷(一)参考答案	(7-8)
高等数学(一)全真模拟试卷(二)	(1-6)
高等数学(一)全真模拟试卷(二)参考答案	(7-8)
高等数学(一)全真模拟试卷(三)	(1-6)
高等数学(一)全真模拟试卷(三)参考答案	(7-8)

2024 年成人高等学校招生全国统一考试
高等数学(一)试题

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷 选择题 (共 84 分)

得 分	评卷人

一、选择题(1~12 小题,每小题 7 分,共 84 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{kx}}{x} = 2$, 则 $k =$ ()
A. -2 B. -1
C. 1 D. 2
2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1 + 2x^2)$ 为 x 的 ()
A. 低阶无穷小量 B. 等价无穷小量
C. 同阶无穷小量, 但不是等价无穷小量 D. 高阶无穷小量
3. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $y^3 + x^3 - 3xy = 1$ 所确定, 则 $f'(0) =$ ()
A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. -1
4. 设 $y = x \sin x$, 则 $dy|_{x=1} =$ ()
A. $(\sin 1 + \cos 1)dx$ B. $(\sin 1 - \cos 1)dx$
C. $\sin dx$ D. $\cos 1 dx$
5. 曲线 $y = \frac{1}{x}$ 在点 $(1, 1)$ 处法线的斜率为 ()
A. -1 B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{2}$ D. 1

6. $\int (2x + 1)^2 dx =$ ()
A. $\frac{(2x+1)^3}{3} + C$ B. $\frac{(2x+1)^3}{6} + C$
C. $3(2x+1)^3 + C$ D. $6(2x+1)^3 + C$
7. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + \sin x) dx =$ ()
A. -2 B. -1
C. 1 D. 2
8. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx =$ ()
A. $-\frac{\pi}{2}$ B. $-\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$
9. 设 $z = \ln(1 + xy)$, $\frac{\partial z}{\partial y} =$ ()
A. $\frac{x}{1+xy}$ B. $\frac{y}{1+xy}$
C. $\frac{1}{1+xy}$ D. $-\frac{x}{1+xy}$
10. 设 $z = xy + \frac{y}{x}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ ()
A. $\frac{2y}{x^3}$ B. $1 - \frac{1}{x^2}$
C. $x + \frac{1}{x}$ D. $y - \frac{y}{x^2}$
11. 函数 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 14$ 在区间 $[-3, 4]$ 上的最大值和最小值分别为 ()
A. $34, 7$ B. $34, 23$
C. $142, 7$ D. $142, 23$
12. 微分方程 $y'' - 6y' + 9y = 0$ 的通解为 ()
A. $y = Ce^{3x}$ B. $y = e^{3x} + C$
C. $y = Cxe^{3x}$ D. $y = e^{3x}(C_1 + C_2x)$

第Ⅱ卷 非选择题 (共 66 分)

得 分	评卷人

二、填空题(13~15 小题,每小题 7 分,共 21 分)

13. $\int_{-1}^1 (\arctan x + x^2) \mathrm{d}x =$ _____.
14. 函数 $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$ 的间断点为 $x =$ _____.
15. 曲线 $y = \frac{2x^2}{x^2 - 2}$ 的水平渐近线方程为 _____.

得 分	评卷人

三、解答题(16~18 题,每小题 15 分,共 45 分. 解答应写出推理、演算步骤)

16. (本题满分 15 分)
- 设函数 $f(x) = \begin{cases} x + a, & x \geqslant 0, \\ \frac{\sin x}{x}, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续,求 a .

17. (本题满分 15 分)
- 计算 $\iint_D (x + y) \mathrm{d}x \mathrm{d}y$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leqslant 2y\}$.

18. (本题满分 15 分)

将 $y = \frac{1}{1+2x}$ 展开成 x 的幂级数.

2024 年成人高等学校招生全国统一考试

高等数学(一)试题参考答案

一、选择题

1. A

解析: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{kx}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-kx}{x} = -k = 2 \Rightarrow k = -2$.

2. D

解析: 因为 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x^2)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} 2x = 0$. 所以 $\ln(1+2x^2)$ 为 x 的高阶无穷小量.

3. B

解析: 方程两边同时对 x 求导, 得 $3y^2 y' + 3x^2 - 3(y + xy') = 0$, 解得 $y' = \frac{y - x^2}{y^2 - x}$ 将 $x = 0$

代入方程得 $y = 1$. 所以 $f'(0) = \frac{1 - 0^2}{1^2 - 0} = 1$.

4. A

解析: $y' = (x \sin x)' = \sin x + x \cos x$, 所以 $dy|_{x=1} = (\sin 1 + \cos 1) dx$.

5. D

解析: $k_{\text{切}} = \left(\frac{1}{x}\right)' \Big|_{x=1} = -\frac{1}{x^2} \Big|_{x=1} = -1$, 所以 $k_{\text{法}} = 1$.

6. B

解析: $\int (2x+1)^2 dx = \frac{1}{2} \int (2x+1)^2 d(2x+1) = \frac{1}{6} (2x+1)^3 + C$.

7. D

解析: 原式 $= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 0 + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 2 \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2$.

8. C

解析: $\int_1^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x \Big|_1^{+\infty} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x - \arctan 1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$.

9. A

解析: $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{1+xy} (1+xy)'_y = \frac{x}{1+xy}$.

10. B

解析: $\frac{\partial z}{\partial x} = y - \frac{y}{x^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 1 - \frac{1}{x^2}$.

11. C

解析: $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x^2 + x - 2) = 6(x-1)(x+2)$, 令 $f'(x) = 0$, 则 $x = 1, x = -2$, 而 $f(-3) = 23, f(4) = 142, f(1) = 7, f(-2) = 34$. 所以最大值和最小值分别为 142, 7

12. D

解析: 微分方程的特征方程为 $r^2 - 6r + 9 = (r-3)^2 = 0$. 解得特征根为 $r_{1,2} = 3$, 所以通解为 $y = (C_1 + C_2 x)e^{3x}$.

二、填空题

13. $\frac{2}{3}$

解析: 原式 $= \int_{-1}^1 \arctan x dx + \int_{-1}^1 x^2 dx = 0 + 2 \int_0^1 x^2 dx = \frac{2}{3} x^3 \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$.

14. 0

解析: $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ 在 $x = 0$ 处无定义, 所以间断点为 $x = 0$.

15. $y = 2$

解析: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2 - 2} = 2$, 所以水平渐近线为 $y = 2$.

三、解答题

16. 由于函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续,

故有 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$.

而 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x+a) = a$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x} = 1$,

故 $a = 1$.

17. $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2y\} = \{(x, y) | x^2 + (y-1)^2 \leq 1\}$ 关于 y 轴对称,

函数 x 关于 x 为奇函数, 则 $\iint_D x dx dy = 0$.

所以 $\iint_D (x+y) dx dy = \iint_D y dx dy = \iint_D r^2 \sin \theta dr d\theta$
 $= \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2 \sin \theta} r^2 dr = \frac{8}{3} \int_0^\pi \sin^4 \theta d\theta$
 $= \frac{8}{3} \int_0^\pi \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2}\right)^2 d\theta$
 $= \frac{2}{3} \int_0^\pi (1 - 2\cos 2\theta + \cos^2 2\theta) d\theta$
 $= \frac{2}{3} \int_0^\pi (1 - 2\cos 2\theta + \frac{1 + \cos 4\theta}{2}) d\theta$
 $= \frac{2}{3} (\theta - \sin 2\theta + \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{8}\sin 4\theta) \Big|_0^\pi$
 $= \pi$.

18. $\because \frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, x \in (-1, 1)$,

$\therefore \frac{1}{1+2x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-2x)^n$,

由 $-1 < -2x < 1$, 得 $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$,

故 $y = \frac{1}{1+2x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-2x)^n, x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

2023 年成人高等学校招生全国统一考试
高等数学(一)试题

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷 选择题 (共 40 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $5x - \sin 5x$ 是 x 的()
A. 高阶无穷小量
B. 等价无穷小量
C. 同阶无穷小量,但不是等价无穷小量
D. 低阶无穷小量
2. 设 $y = \sqrt{2x+1}$, 则 $y' =$ ()
A. $\frac{3}{2\sqrt{2x+1}}$
B. $\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$
C. $\frac{2}{\sqrt{2x+1}}$
D. $\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$
3. 设 $y = e^{-x}$, 则 $dy =$ ()
A. $e^{-x} dx$
B. $-e^{-x} dx$
C. $e^x dx$
D. $-e^x dx$
4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0, \\ b+x, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $b =$ ()
A. 2
B. 1
C. 0
D. -1
5. $\int \sin x dx =$ ()
A. $\sin x + C$
B. $-\sin x + C$
C. $\cos x + C$
D. $-\cos x + C$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t dt}{x^2} =$ ()
A. 2
B. 1
C. $\frac{1}{2}$
D. 0
7. 设 $z = \frac{x}{y} + xy$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ ()
A. $\frac{1}{y} + y$
B. $-\frac{x}{y^2} + x$
C. $\frac{1}{y} + x$
D. $-\frac{x}{y^2} + y$
8. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ 的收敛域是()
A. $(-1, 1)$
B. $(-1, 1]$
C. $[-1, 1)$
D. $[-1, 1]$
9. 已知直线 $\frac{x-1}{k} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-4}$ 在平面 $3x - 2y + z - 7 = 0$ 上, 则 $k =$ ()
A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
10. 微分方程 $y'' + y = e^{2x}$ 的一个特解是()
A. $y^* = \frac{1}{5}e^{2x}$
B. $y^* = \frac{1}{5}e^x$
C. $y^* = \frac{1}{5}xe^{2x}$
D. $y^* = \frac{1}{5}xe^x$

第 II 卷 非选择题 (共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题(11~20 小题,每小题 4 分,共 40 分)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} =$ _____.
12. 设 $\begin{cases} x = 1+t^2, \\ y = t^3 \end{cases}$ (t 为参数), 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=2} =$ _____.
13. 设 $y = x + e^x$, 则 $y'' =$ _____.
14. 设 $y = x + \sin x$, 则 $y' =$ _____.

15. $\int (x^2 + e^x) dx =$ _____.

16. $\int_{-\infty}^0 e^{3x} dx =$ _____.

17. 设 $z = e^{xy}$, 则 $dz =$ _____.

18. 过点 $(0,1,1)$ 且与直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ 垂直的平面方程为_____.

19. 设区域 $D = \{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1\}$, 则 $\iint_D x dx dy$ _____.

20. 微分方程 $xy' + y = 0$ 满足初始条件 $y(1) = 1$ 的解为 $y =$ _____.

得 分	评卷人

三、解答题(21~28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 2x}$.

22. (本题满分 8 分)

计算 $\int_0^2 (x^2 - e^{-x}) dx$.

23. (本题满分 8 分)

求微分方程 $y' - \frac{2}{x}y = x^3$ 的通解.

24. (本题满分 8 分)

设 $z = \sin xy$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

25. (本题满分 8 分)

求函数 $f(x) = x^2 e^{-x}$ 的单调区间和极值.

26. (本题满分 10 分)

设 D 是由曲线 $y = 1 - x^2 (x \geq 0), x = 0, y = 0$ 所围成的平面图形.

(1) 求 D 的面积 S ;

(2) 求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .

27. (本题满分 10 分)

计算 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, 其中 D 是由曲线 $y = \sqrt{1 - x^2}, y = x, y = -x$ 所围成的闭区域.

28. (本题满分 10 分)

已知函数 $f(x)$ 连续, 且满足 $\int_0^x (1 + t^2) f(t) dt = x \sin x$, 求 $f(x)$.

2023 年成人高等学校招生全国统一考试 高等数学(一)试题参考答案

一、选择题

1. A 2. D 3. B 4. B 5. D 6. C 7. B 8. D 9. C 10. A

二、填空题

11. e^2 12. 3 13. e^x

14. $1 + \cos x$ 15. $\frac{1}{3}x^3 + e^x + C$ 16. $\frac{1}{3}$

17. $e^{xy}(ydx + xdy)$ 18. $x + 2y + z - 3 = 0$ 19. 4

20. $\frac{1}{x}$

三、解答题

21. 解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
 $= 1.$

$$\begin{aligned} 22. \text{ 解: } \int_0^2 (x^2 - e^{-x}) dx &= \int_0^2 x^2 dx + \int_0^2 e^{-x} d(-x) \\ &= \left(\frac{1}{3} x^3 + e^{-x} \right) \Big|_0^2 \\ &= \frac{5}{3} + e^{-2}. \end{aligned}$$

23. 解:由题可知 $P(x) = -\frac{2}{x}, Q(x) = x^3$.

$$\begin{aligned}\text{通解为 } y &= e^{-\int P(x) dx} \left(\int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx + C \right) \\ &= e^{\int \frac{2}{x} dx} \left(\int x^3 e^{-\int \frac{2}{x} dx} dx + C \right) \\ &= x^2 \left(\int x^3 \cdot \frac{1}{x^2} dx + C \right) \\ &= x^2 \left(\int x dx + C \right) \\ &= x^2 \left(\frac{1}{2} x^2 + C \right)\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}x^4 + Cx^2.$$

24. 解: $\frac{\partial z}{\partial x} = \cos xy (xy)' = y \cos xy,$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = y(\cos xy)' = -y \sin xy (xy)' = -y^2 \sin xy.$$

25. 解: $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, $f'(x) = 2xe^{-x} - x^2e^{-x} = e^{-x}(-x^2 + 2x)$,
令 $f'(x) = 0$, 得 $x_1 = 0, x_2 = 2$. 列表如下:

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0, 2)$	2	$(2, +\infty)$
y'	—	0	+	0	—
y	$\searrow$	极小值	$\nearrow$	极大值	$\searrow$

由表可知,函数的单调递增区间为 $(0,2)$;单调递减区间为 $(-\infty,0),(2,+\infty)$.

极大值为 $f(2) = 4e^{-2}$, 极小值为 $f(0) = 0$.

26. 解: (1) $S = \int_0^1 (1-x^2) dx = \left(x - \frac{1}{3}x^3\right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3};$

$$\begin{aligned}(2) \quad V &= \pi \int_0^1 (1-x^2)^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 (1-2x^2+x^4) dx \\ &= \pi \left(x - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 \right) \bigg|_0^1 = \frac{8}{15}\pi.\end{aligned}$$

27. 解: 积分区域用极坐标可表示为 $D: \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}, 0 \leq r \leq 1$.

$$\begin{aligned}\text{故} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy &= \iint_D r^2 \, dr \, d\theta \\ &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{4\pi}{4}} d\theta \int_0^1 r^2 \, dr \\ &= \frac{\pi}{2} \cdot \left. \frac{r^3}{3} \right|_0^1 = \frac{\pi}{6}.\end{aligned}$$

28. 解: 由于 $\int_0^x (1+t^2)f(t)dt = x \sin x$.

两边同时求导得 $(1+x^2)f'(x) = \sin x + x \cos x$,

所以 $f(x) = \frac{\sin x + x \cos x}{1+x^2}$.

2022 年成人高等学校招生全国统一考试
高等数学(一)试题

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷 选择题 (共 40 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+x^2)$ 为 x 的()
A. 高阶无穷小量
B. 等价无穷小量
C. 同阶但不等价无穷小量
D. 低阶无穷小量
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{\frac{x}{2}} =$ ()
A. e^3
B. e^2
C. $e^{\frac{3}{2}}$
D. $e^{\frac{2}{3}}$
3. 设 $y^{(n-2)} = \sin x$, 则 $y^{(n)} =$ ()
A. $\cos x$
B. $-\cos x$
C. $\sin x$
D. $-\sin x$
4. 设函数 $f(x) = 3x^3 + ax + 7$ 在 $x = 1$ 处取得极值, 则 $a =$ ()
A. 9
B. 3
C. -3
D. -9
5. $\int 2\cos 3x \, dx =$ ()
A. $6\sin 3x + C$
B. $\frac{2}{3}\sin 3x + C$
C. $\frac{1}{3}\sin 3x + C$
D. $\frac{1}{6}\sin 3x + C$

6. $\left(\int_0^x \sin^2 t \, dt\right)' =$ ()
A. $\sin 2x$
B. $\sin^2 x$
C. $\cos^2 x$
D. $-\sin 2x$
7. 设 $z = (y-x)^2 + \frac{1}{x}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ ()
A. $2(y-x) - \frac{1}{x^2}$
B. $2(y-x) - \frac{1}{x}$
C. $2(x-y)$
D. $2(y-x)$
8. 函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ 的驻点是()
A. (0, 0)
B. (-1, 1)
C. (1, -1)
D. (1, 1)
9. 下列四个点中, 在平面 $x + y - z + 2 = 0$ 上的是()
A. (-2, 1, 1)
B. (0, 1, 1)
C. (1, 0, 1)
D. (1, 1, 0)
10. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ 的收敛半径为()
A. $\frac{1}{2}$
B. 1
C. $\frac{3}{2}$
D. 2

第 II 卷 非选择题 (共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题(11~20 小题,每小题 4 分,共 40 分)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{\sin x} =$ _____.
12. 设函数 $f(x)$ 满足 $f'(1) = 5$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+2x) - f(1)}{x} =$ _____.
13. 设 $y = \frac{1}{1+x}$, 则 $dy =$ _____.
14. 曲线 $y = \frac{x}{4-x}$ 的水平渐近线方程为_____.
15. $\int (x^2 + 3x^{\frac{1}{2}}) \, dx =$ _____.
16. $\int_{-1}^1 (1 + x \sin x^2) \, dx =$ _____.

17. $\int_0^2 3^x \, dx =$ _____.

18. 设 $z = x \tan(y^2 + 1)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

19. 微分方程 $\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ 的通解为 $y =$ _____.

20. 过点 $(1, 0, -1)$ 与平面 $3x - y - z - 2 = 0$ 平行的平面的方程为 _____.

得 分	评卷人

三、解答题(21~28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \sin x}$.

22. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = e + \frac{1}{2}x^2 - \sin x$, 求 $f'(1)$.

23. (本题满分 8 分)

求函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ 的单调区间.

24. (本题满分 8 分)

求曲线 $y = x^2$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程.

弥 封 线 内 不 要 答 题

25. (本题满分 8 分)

求 $\int \frac{1}{x(x+2)} dx$.

26. (本题满分 10 分)

求微分方程 $y' + \frac{1}{1+x}y = \frac{x}{1+x}$ 满足初值条件 $y|_{x=1} = \frac{1}{4}$ 的特解.

27. (本题满分 10 分)

计算 $\iint_D (x + y^2) dx dy$, 其中 D 是由直线 $y = 0, y = x, x = 1$ 所围成的闭区域.

28. (本题满分 10 分)

证明: 当 $x > 0$ 时, $e^x > 1 + x$.

2022 年成人高等学校招生全国统一考试

高等数学(一)试题参考答案

一、选择题

1. A 2. C 3. D 4. D 5. B 6. B 7. D 8. C 9. A 10. B

二、填空题

11. 3 12. 10 13. $-\frac{1}{(1+x)^2}dx$ 14. $y = -1$
 15. $\frac{x^3}{3} + 2x^{\frac{3}{2}} + C$ 16. 2 17. $\frac{8}{\ln 3}$ 18. $\tan(y^2 + 1)$
 19. Ce^{-2x} 20. $3x - y - z - 4 = 0$

三、解答题

21. 解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{1 - \cos x}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{\sin x}$$

$$= 6.$$

22. 解: $f'(x) = x - \cos x$.

$$f'(1) = 1 - \cos 1.$$

23. 解: $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$.

令 $f'(x) = 0$, 解得 $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 1$.

当 $x < -\frac{1}{3}$ 或 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, 故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty, -\frac{1}{3})$,
 $(1, +\infty)$.

当 $-\frac{1}{3} < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, 故 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\frac{1}{3}, 1)$.

24. 解: $y' = 2x, y' \Big|_{x=1} = 2$.

故所求的切线方程为 $y - 1 = 2(x - 1)$, 即 $y = 2x - 1$.

25. 解: $\int \frac{dx}{x(x+2)} = \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx$

$$= \frac{1}{2} (\ln |x| - \ln |x+2|) + C$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C.$$

26. 解: $y = e^{-\int \frac{1}{1+x} dx} \left(\int \frac{x}{1+x} e^{\int \frac{1}{1+x} dx} dx + C \right)$

$$= \frac{1}{1+x} \left(\int x dx + C \right)$$

$$= \frac{1}{1+x} \left(\frac{x^2}{2} + C \right).$$

由 $y \Big|_{x=1} = \frac{1}{4}$ 得 $C = 0$, 所以特解为 $y = \frac{x^2}{2(1+x)}$.

27. 解: $\iint_D (x + y^2) dx dy = \int_0^1 dx \int_0^x (x + y^2) dy$

$$= \int_0^1 \left(xy + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^x dx$$

$$= \int_0^1 \left(x^2 + \frac{x^3}{3} \right) dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{12} \right) \Big|_0^1$$

$$= \frac{5}{12}.$$

28. 证明: 设 $f(x) = e^x - 1 - x$, 则 $f'(x) = e^x - 1$.

当 $x > 0$ 时, $f'(x) > 0$, 故 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增.

又因为 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 且 $f(0) = 0$, 所以当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$.

因此当 $x > 0$ 时, $e^x - 1 - x > 0$, 即 $e^x > 1 + x$.

2021 年成人高等学校招生全国统一考试

高等数学(一)试题

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷 选择题 (共 40 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+bx)}{x} = 2$, 则 $b =$ ()
A. 2
B. 1
C. $\frac{1}{2}$
D. -2
2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\tan x^2$ 为 x 的 ()
A. 低阶无穷小量
B. 等阶无穷小量
C. 同阶但不等价无穷小量
D. 高阶无穷小量
3. 设函数 $f(x)$ 满足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2(x-1)} = 1$, 则 $f'(1) =$ ()
A. 2
B. 1
C. $\frac{1}{2}$
D. -1
4. 设 $y = x + e^{-x}$, 则 $dy|_{x=1} =$ ()
A. $e^{-1} dx$
B. $-e^{-1} dx$
C. $(1+e^{-1}) dx$
D. $(1-e^{-1}) dx$
5. 曲线 $y = x \ln x$ 在点 (e, e) 处法线的斜率为 ()
A. -2
B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{2}$
D. 2

6. $\int (\cos x)' dx =$ ()
A. $\sin x + C$
B. $\cos x + C$
C. $-\sin x + C$
D. $-\cos x + C$
7. $\int_{-1}^1 (x \cos x + 1) dx =$ ()
A. -2
B. -1
C. 1
D. 2
8. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx =$ ()
A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{1}{4}$
C. $-\frac{1}{4}$
D. $-\frac{1}{2}$
9. 设 $z = y^5 + \arctan x$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ ()
A. $5y^4 + \frac{1}{1+x^2}$
B. $\frac{1}{1+x^2}$
C. $5y^4$
D. $5y^4 + \arctan x$
10. 设 $z = e^{2x-y}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ ()
A. $-e^{2x-y}$
B. e^{2x-y}
C. $-2e^{2x-y}$
D. $2e^{2x-y}$

第 II 卷 非选择题 (共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题(11~20 小题,每小题 4 分,共 40 分)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+1}{x^2+2x+3} =$ _____.
12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+5n}{2n^2+4n+5} =$ _____.
13. 设函数 $f(x) = \frac{e^x - 1}{2x}$, 则 $f(x)$ 的间断点为 $x =$ _____.
14. 设 $y = xe^x$, 则 $y' =$ _____.
15. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $y + e^y = x$ 所确定的隐函数, 则 $y' =$ _____.

16. 曲线 $y = \frac{1}{x-2}$ 的铅直渐近线方程为_____.

17. $\int x e^{x^2} dx =$ _____.

18. $\frac{d}{dx} \left(\int_2^x \tan t dt \right) =$ _____.

19. $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx =$ _____.

20. 过坐标原点且与平面 $3x-7y+5z-12=0$ 平行的平面方程为_____.

得 分	评卷人

三、解答题(21~28 题,共 70 分.解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} 2ax+a^2, & x > 1, \\ -x, & x \leq 1 \end{cases}$ 在 $x = 1$ 处连续,求 a .

22. (本题满分 8 分)

设 $y = \frac{\ln x}{x}$,求 dy .

23. (本题满分 8 分)

计算 $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

24. (本题满分 8 分)

求曲线 $y=2x^3-6x^2$ 的凹、凸的区间及拐点.

25. (本题满分 8 分)

设 $z = \ln(x+y^2)$,求 $dz|_{(1,1)}$.

弥 封 线 内 不 要 答 题

26. (本题满分 10 分)

求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 2$ 的通解.

27. (本题满分 10 分)

计算 $\iint_D xy dx dy$, 其中 D 是由 $x=0, y=x$ 和 $x^2 + y^2=1$ 在第一象限所围成的闭区域.

28. (本题满分 10 分)

将 $y = e^{x+1}$ 展开成 x 的幂级数.

2021 年成人高等学校招生全国统一考试 高等数学(一)试题参考答案

一、选择题

1. A 2. D 3. A 4. D 5. B 6. B 7. D 8. A 9. C 10. C

二、填空题

11. $\frac{1}{3}$ 12. $\frac{3}{2}$ 13. 0 14. $(x+1)e^x$
15. $\frac{1}{1+e^y}$ 16. $x=2$ 17. $\frac{1}{2}e^{x^2}+C$ 18. $\tan x$
19. $\frac{\pi}{4}$ 20. $3x-7y+5z=0$

三、解答题

21. 解: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2ax + a^2) = 2a + a^2$,
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x) = -1$.
由于 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续,
所以 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $2a + a^2 = -1$.
解得 $a = -1$.

22. 解: $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$,
 $dy = y' dx = \frac{1 - \ln x}{x^2} dx$.

23. 解: 令 $t = \sqrt{x}$, 则 $x = t^2$, $dx = 2t dt$.

$$\begin{aligned} \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx &= \int \frac{2t \cos t}{t} dt \\ &= 2 \int \cos t dt \\ &= 2 \sin \sqrt{x} + C. \end{aligned}$$

24. 解: $y' = 6x^2 - 12x$, $y'' = 12x - 12$.

由 $y'' = 12x - 12 = 0$ 得 $x = 1$.

当 $x < 1$ 时, $y'' < 0$, 因此在区间 $(-\infty, 1)$ 曲线是凸的;

当 $x > 1$ 时, $y'' > 0$, 因此在区间 $(1, +\infty)$ 曲线是凹的;

当 $x = 1$ 时, $y = -4$, 点 $(1, -4)$ 为曲线的拐点.

25. 解: $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x+y^2}$, $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x+y^2}$,

于是 $dz = \frac{1}{x+y^2} dx + \frac{2y}{x+y^2} dy$,

因此 $dz|_{(1,1)} = \frac{1}{2} dx + dy$.

26. 解: 原方程对应的齐次方程的特征方程为 $r^2 - 3r + 2 = 0$,
特征根为 $r_1 = 1, r_2 = 2$.

故原方程对应的齐次方程的通解为 $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$,

$y^* = 1$ 为原方程的特解,

所以原方程的通解为 $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 1$.

27. 解: 在极坐标系中, D 可表示为 $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq r \leq 1$.

$$\begin{aligned} \iint_D xy dx dy &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 r^2 \cos \theta \sin \theta \cdot r dr \\ &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d(\sin \theta) \cdot \int_0^1 r^3 dr \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 \theta \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

28. 解: $e^{x+1} = e \cdot e^x$
 $= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e}{n!} x^n \quad (-\infty < x < +\infty).$

得 分	评卷人

三、解答题(21~28 题,共 70 分.解答应写出推理、演算步骤)

21.(本题满分 8 分)

计算 $\int x \sin x \mathrm{d} x$.

22.(本题满分 8 分)

已知函数 $f(x) = \mathrm{e}^x \cos x$,求 $f''(\frac{\pi}{2})$.

23.(本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x^2}{2 \sin^2 x}$.

24.(本题满分 8 分)

计算 $\int_0^1 \sqrt[3]{1+x} \mathrm{d} x$.

弥 封 线 内 不 要 答 题

25. (本题满分 8 分)

求微分方程 $y'' - y' - 2y = 0$ 的通解.

26. (本题满分 10 分)

求曲线 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ 的凹凸区间与拐点.

27. (本题满分 10 分)

已知区域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$, 计算 $\iint_D xy \, dx \, dy$.

28. (本题满分 10 分)

将函数 $f(x) = \frac{1}{2+x}$ 展开成 $(x-1)$ 的幂函数, 并求其收敛区间.

2020 年成人高等学校招生全国统一考试 高等数学(一)试题参考答案

一、选择题

1. C 2. C 3. A 4. A 5. B 6. B 7. D 8. A 9. C 10. D

二、填空题

11. e 12. $2e^{2x}dx$ 13. 1 14. $\frac{3}{2}x^2 - 2\cos x + C$ 15. $\frac{3}{2}$
16. -2 17. $2x + 3y + 4z = 16$ 18. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 19. $\frac{4}{3}$ 20. $\frac{1}{2}$

三、解答题

$$\begin{aligned} 21. \text{解: } \int x \sin x dx &= -\int x d(\cos x) \\ &= -(x \cos x - \int \cos x dx) \\ &= -x \cos x + \int \cos x dx \\ &= -x \cos x + \sin x + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22. \text{解: } f'(x) &= e^x \cos x + e^x \cdot (\cos x)' \\ &= e^x \cos x - e^x \sin x \\ &= e^x (\cos x - \sin x), \\ f''(x) &= e^x (\cos x - \sin x) + e^x (\cos x - \sin x)' \\ &= e^x (\cos x - \sin x) + e^x (-\sin x - \cos x) \\ &= -2e^x \sin x, \end{aligned}$$

$$\text{故有 } f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2e^{\frac{\pi}{2}} \sin \frac{\pi}{2} = -2e^{\frac{\pi}{2}}.$$

$$\begin{aligned} 23. \text{解: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x^2}{2 \sin^2 x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2 \sin^2 x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{2 \sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}x^2}{2x^2} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \\ &= -\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24. \text{解: } \int_0^1 \sqrt[3]{1+x} dx &= \int_0^1 (1+x)^{\frac{1}{3}} d(x+1) \\ &= \frac{1}{1+\frac{1}{3}} (1+x)^{\frac{1}{3}+1} \Big|_0^1 \\ &= \frac{3}{4} (2^{\frac{4}{3}} - 1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{4} (1+x)^{\frac{4}{3}} \Big|_0^1 \\ &= \frac{3}{4} (2^{\frac{4}{3}} - 1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25. \text{解: 原方程对应的特征方程为 } r^2 - r - 2 &= 0, \\ \text{解得 } r_1 &= -1, r_2 = 2. \end{aligned}$$

$$\text{故原方程的通解为 } y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}.$$

$$26. \text{解: } y' = 3x^2 - 6x + 2, y'' = 6x - 6,$$

$$\text{令 } y'' = 0, \text{ 得 } x = 1.$$

$$\text{当 } x > 1 \text{ 时, } y'' > 0, \text{ 故 } (1, +\infty) \text{ 为曲线的凹区间;}$$

$$\text{当 } x < 1 \text{ 时, } y'' < 0, \text{ 故 } (-\infty, 1) \text{ 为曲线的凸区间;}$$

$$\text{函数的拐点为 } (1, 1).$$

$$27. \text{解: 积分区域 } D = \left\{ (r, \theta) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \right\},$$

$$\begin{aligned} \text{故 } \iint_D xy dx dy &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^1 r \cos \theta \cdot r \sin \theta \cdot r dr d\theta \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos \theta \sin \theta d\theta \cdot \int_0^1 r^3 dr \\ &= -\frac{1}{4} \cos 2\theta \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^1 \\ &= -\frac{1}{4} (0 - 1) \times \frac{1}{4} (1 - 0) \\ &= \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

$$28. \text{解: } f(x) = \frac{1}{2+x}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3+x-1} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1+\frac{x-1}{3}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{x-1}{3} \right)^n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^{n+1}} (x-1)^n, -2 < x < 4.$$

2019 年成人高等学校招生全国统一考试
高等数学(一)试题

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷 选择题(共 40 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $x + x^2 + x^3 + x^4$ 为 x 的()
A. 等价无穷小
B. 2 阶无穷小
C. 3 阶无穷小
D. 4 阶无穷小
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x =$ ()
A. $-e^2$
B. $-e$
C. e
D. e^2
3. 设函数 $y = \cos 2x$, 则 $y' =$ ()
A. $2\sin 2x$
B. $-2\sin 2x$
C. $\sin 2x$
D. $-\sin 2x$
4. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 可导, $f'(x) > 0, f(a)f(b) < 0$, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 内零点的个数为()
A. 3
B. 2
C. 1
D. 0
5. 设 $2x$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f(x) =$ ()
A. 0
B. 2
C. x^2
D. $x^2 + C$
6. 设函数 $f(x) = \arctan x$, 则 $\int f'(x) dx =$ ()
A. $-\arctan x + C$
B. $-\frac{1}{1+x^2} + C$
C. $\arctan x + C$
D. $\frac{1}{1+x^2} + C$

7. 设 $I_1 = \int_0^1 x^2 dx, I_2 = \int_0^1 x^3 dx, I_3 = \int_0^1 x^4 dx$, 则()
A. $I_1 > I_2 > I_3$
B. $I_2 > I_3 > I_1$
C. $I_3 > I_2 > I_1$
D. $I_1 > I_3 > I_2$

8. 设函数 $z = x^2 e^y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,0)} =$ ()
A. 0
B. $\frac{1}{2}$
C. 1
D. 2

9. 平面 $x + 2y - 3z + 4 = 0$ 的一个法向量为()
A. $\{1, -3, 4\}$
B. $\{1, 2, 4\}$
C. $\{1, 2, -3\}$
D. $\{2, -3, 4\}$
10. 微分方程 $yy' + (y')^3 + y^4 = x$ 的阶数为()
A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

第 II 卷 非选择题(共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题(11~20 小题,每小题 4 分,共 40 分)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} =$ _____ .
12. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 5x, & x < 0, \\ a, & x \geq 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续, 则 $a =$ _____ .
13. 设函数 $y = e^{2x}$, 则 $dy =$ _____ .
14. 函数 $f(x) = x^3 - 12x$ 的极小值点 $x =$ _____ .
15. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx =$ _____ .
16. $\int_{-1}^1 x \tan^2 x dx =$ _____ .
17. 设函数 $z = x^3 + y^2$, $dz =$ _____ .
18. 设函数 $z = x \arcsin y$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ _____ .
19. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛半径为 _____ .
20. 微分方程 $y' = 2x$ 的通解 $y =$ _____ .

得 分	评卷人

三、解答题(21~28 题,共 70 分.解答应写出推理、演算步骤)

21.(本小题满分 8 分)

若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 2kx}{x} = 2$,求 k .

22.(本小题满分 8 分)

设函数 $y = \sin(2x - 1)$,求 y' .

23.(本小题满分 8 分)

设函数 $y = x \ln x$,求 y'' .

24.(本小题满分 8 分)

计算 $\int (x^{\frac{1}{3}} + e^x) dx$.

25. (本小题满分 8 分)

设函数 $z = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$, 求 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y}$.

26. (本小题满分 10 分)

设 D 是由曲线 $x = 1 - y^2$ 与 x 轴、 y 轴在第一象限围成的有界区域. 求:

(1) D 的面积 S ;

(2) D 绕 x 轴旋转所得旋转体的体积 V .

27. (本小题满分 10 分)

求微分方程 $y'' - 5y' - 6y = 0$ 的通解.

28. (本小题满分 10 分)

计算 $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, 其中 D 是由曲线 $x^2 + y^2 = 1$, $y = x$, x 轴在第一象限围成的有界区域.

2019 年成人高等学校招生全国统一考试 高等数学(一)试题参考答案

一、选择题

1. A 2. D 3. B 4. C 5. B 6. C 7. A 8. D 9. C 10. B

二、填空题

11. 2 12. 0 13. $2e^{2x}dx$ 14. 2 15. $\arcsin x + C$ 16. 0
17. $3x^2dx + 2ydy$ 18. 0 19. 1 20. $x^2 + C$

三、解答题

21. 解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 2kx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} + 2k = 1 + 2k = 2$, 故 $k = \frac{1}{2}$.

22. 解: $y' = [\sin(2x - 1)]'$
 $= \cos(2x - 1) \cdot (2x - 1)'$
 $= 2\cos(2x - 1).$

23. 解: $y' = (x)' \ln x + x(\ln x)'$
 $= \ln x + 1,$
 故 $y'' = (\ln x)' = \frac{1}{x}.$

24. 解: $\int (x^{\frac{1}{3}} + e^x) dx = \int x^{\frac{1}{3}} dx + \int e^x dx$
 $= \frac{1}{1 + \frac{1}{3}} x^{1 + \frac{1}{3}} + e^x + C$
 $= \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + e^x + C.$

25. 解: $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{x^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{y^2}$, 故
 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{x^2} \cdot x^2 + y^2 \cdot \frac{1}{y^2}$
 $= -1 + 1 = 0.$

26. 解: (1) 积分区域 D 可表示为: $0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1 - y^2$,

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 (1 - y^2) dy \\ &= \left(y - \frac{1}{3} y^3 \right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) V &= \int_0^1 \pi y^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 (1 - x) dx \\ &= \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

27. 解: 特征方程 $r^2 - 5r - 6 = 0$, 解得 $r_1 = -1$ 或 $r_2 = 6$,

故微分方程的通解为 $y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x} = C_1 e^{-x} + C_2 e^{6x}$ (C_1, C_2 为任意常数).

28. 解: 积分区域用极坐标可表示为: $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq r \leq 1$,

所以

$$\begin{aligned} I &= \iint_D (x^2 + y^2) dx dy \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^1 r^2 \cdot r dr \\ &= \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^1 \\ &= \frac{\pi}{16}. \end{aligned}$$