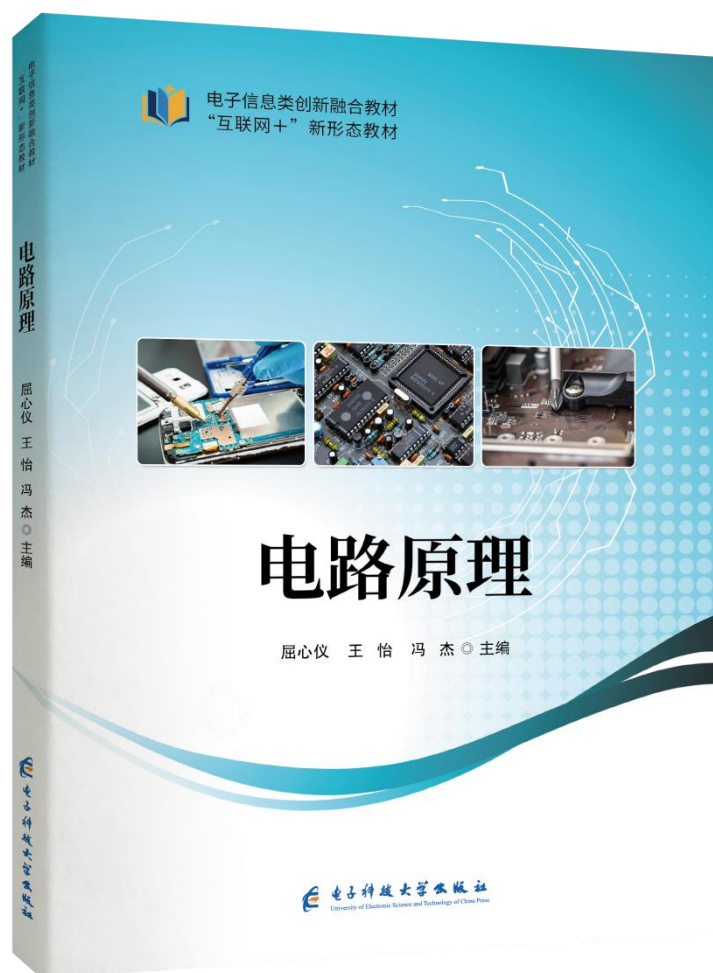


电路原理



类目：电子信息类
书名：电路原理
主编：屈心仪 王 怡 冯 杰
出版社：电子科技大学出版社
开本：大 16 开
书号：978-7-5770-1867-6
使用层次：通用
出版时间：2025 年 8 月
定价：49.80 元
印刷方式：双色
是否有资源：有

电子信息类创新教材
教育改革新理念教材



电子信息类创新教材
教育改革新理念教材

电路原理

主 编 © 屈心仪 王 怡 冯 杰



电路原理

主 编 © 屈心仪 王 怡 冯 杰

策划编辑: 万晓桐
责任编辑: 万晓桐
封面设计: 旗语书装



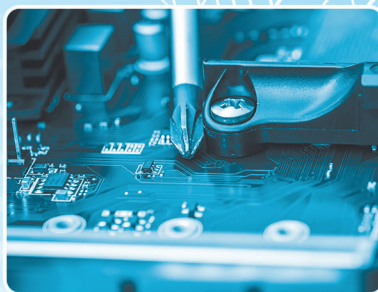
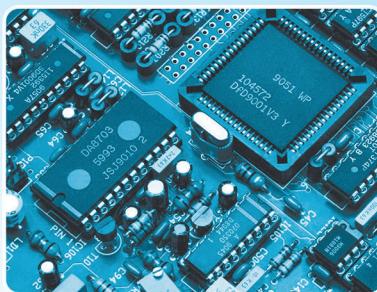
定价: 49.80元

电子科技大学出版社

电子科技大学出版社
University of Electronic Science and Technology of China Press



电子信息类创新教材
教育改革创新理念教材



电路原理

主 编 © 屈心仪 王 怡 冯 杰



电子科技大学出版社
University of Electronic Science and Technology of China Press

· 成都 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

电路原理 / 屈心仪, 王怡, 冯杰主编. --成都 :
成都电子科大出版社, 2025. 8. -- ISBN 978-7-5770
-1867-6

I. TM13

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2025560CJ1 号

电路原理

DIANLU YUANLI

屈心仪 王 怡 冯 杰 主编

策划编辑 万晓桐

责任编辑 万晓桐

责任校对 李燕芬

责任印制 梁 硕

出版发行 电子科技大学出版社

成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦九楼 邮编 610051

主 页 www.uestp.com.cn

服务电话 028-83203399

邮购电话 028-83201495

印 刷 涿州汇美亿浓印刷有限公司

成品尺寸 210 mm×285 mm

印 张 13

字 数 387 千字

版 次 2025 年 8 月第 1 版

印 次 2025 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5770-1867-6

定 价 49.80 元

版权所有, 侵权必究



PREFACE

前言

在当今科技迅猛发展的时代，电路理论作为电气工程与电子信息领域的基础学科，不仅承载着深厚的技术内涵，而且对社会发展具有重要意义。本书从基础电路元件到复杂的非线性电路分析，全面覆盖了电路原理的核心内容，并融入思政教育目标，旨在培养学生的专业素养与家国情怀。

全书共 17 章。第一章介绍电路元件与电路定律；第二章讲解简单电阻电路；第三章讲解线性电阻电路；第四章详细讲解叠加定理、替代定理、戴维宁定理等的应用；第五章讲解动态元件；第六章和第七章进一步探讨不同响应行为；第八章和第九章引导学生理解复数、正弦量、相量法基础，以及阻抗与导纳、电路分析和功率计算；第十章、第十一章、第十二章分别阐述互感、耦合电感、理想变压器、网络函数、RLC 串联和并联谐振电路、三相电路概述及其不同类型电路的分析方法；第十三章讲解非正弦周期信号的谐波分析、有效值和平均值以及非正弦周期电流电路的功率；第十四章介绍动态电路的复频域分析；第十五章分别阐述二端口网络的定义、参数和方程、等效电路及连接方式、回转器和负阻抗变换器；第十六章讲解关联矩阵、回路矩阵、割集矩阵、电路方程的矩阵形式和状态方程；第十七章探讨非线性电路元件、方程及近似分析法。这些内容层层递进，为学生构建了完整的电路理论知识体系。

本书设置了以下几个特色模块。

本章概述：提供每章内容的概览，帮助学生理解整体结构。

学习目标：其中包括知识目标、能力目标、素质目标、思政目标，旨在帮助学生明确应该掌握的知识点和技能，确保其学习方向清晰明确。

勤学多思：鼓励学生独立思考，锻炼其逻辑思维能力和批判性思维。



本书不仅是电路理论学习的指南，而且是连接科学探索与社会需求的桥梁。希望学生们通过系统的学习与思考，能够帮助其在电路的世界中找到属于自己的创新之路，为推动科技进步与社会发展贡献智慧与力量。

在本书的编写过程中，编者参考、借鉴了部分相关书籍和资料，在此向原作者表示衷心的感谢。由于知识水平有限，书中难免存在疏漏和不足之处，敬请广大师生批评指正。

目 录 CONTENTS

第一章 电路元件与电路定律	1
第一节 实际电路与电路模型	2
第二节 电流、电压参考方向	2
第三节 电路元件	5
第四节 电阻元件	6
第五节 独立电源与受控电源	7
第六节 基尔霍夫定律	9
第二章 简单电阻电路	12
第一节 电路的等效变换	13
第二节 电阻的串联和并联	14
第三节 Y 形电阻与 Δ 形电阻的等效变换	16
第四节 理想电源的串联和并联	18
第五节 实际电源模型的等效变换	19
第三章 线性电阻电路	22
第一节 KCL 和 KVL 独立方程数	23
第二节 支路电流法	26
第三节 节点电压法	28
第四节 网孔电流法	32
第五节 回路电流法	35



第四章 电路定理	39
第一节 叠加定理	40
第二节 替代定理	43
第三节 戴维宁定理	44
第四节 诺顿定理	50
第五节 最大功率传输定理	52
第六节 特勒根定理	53
第七节 互易定理	55
第五章 动态元件	59
第一节 电容元件	60
第二节 电感元件	64
第三节 动态元件的串联和并联	67
第六章 一阶电路	71
第一节 一阶电路的零输入响应	72
第二节 一阶电路的零状态响应	77
第三节 一阶电路的全响应	81
第四节 一阶电路的阶跃响应	83
第五节 一阶电路的冲激响应	84
第七章 二阶电路	86
第一节 二阶电路的零输入响应	87
第二节 二阶电路的零状态响应与全响应	90
第八章 相量分析法	93
第一节 复数	94
第二节 正弦量	96
第三节 相量法基础	98
第九章 正弦稳态电路	101
第一节 阻抗与导纳	102
第二节 正弦稳态电路的分析	105



第三节 正弦稳态电路的功率·····	106
第十章 互感电路 ·····	111
第一节 互感·····	112
第二节 耦合电感·····	115
第三节 理想变压器·····	117
第十一章 谐振电路 ·····	120
第一节 网络函数·····	121
第二节 RLC 串联谐振电路 ·····	122
第三节 RLC 并联谐振电路 ·····	125
第十二章 三相电路 ·····	129
第一节 三相电路概述·····	130
第二节 对称三相电路·····	131
第三节 不对称三相电路·····	132
第四节 三相电路的功率·····	133
第十三章 非正弦周期电流电路 ·····	135
第一节 非正弦周期信号的谐波分析·····	136
第二节 非正弦周期信号的有效值和平均值·····	141
第三节 非正弦周期电流电路的功率·····	143
第十四章 动态电路的复频域分析 ·····	145
第一节 拉普拉斯变换的定义和性质·····	146
第二节 拉普拉斯反变换的部分分式展开·····	149
第三节 应用拉普拉斯变换分析线性动态电路·····	151
第十五章 二端口网络 ·····	155
第一节 二端口网络概述·····	156
第二节 二端口网络的参数和方程·····	156
第三节 二端口网络的等效电路·····	162
第四节 二端口网络的连接·····	165
第五节 回转器和负阻抗变换器·····	169



第十六章	电路方程的矩阵形式	172
第一节	关联矩阵、回路矩阵、割集矩阵	173
第二节	电路方程的矩阵形式	177
第三节	状态方程	182
第十七章	非线性电路	185
第一节	非线性电路元件	186
第二节	非线性电路方程	192
第三节	非线性电路近似分析法	193
参考文献		200

第一章 电路元件与电路定律

本章概述

本章介绍了电路的基本概念,包括实际电路与电路模型的构成、电流和电压的参考方向及其在电路分析中的应用;探讨了电路元件、电阻元件、独立电源与受控电源的工作原理及特性,并详细讲解了基尔霍夫定律的应用。通过学习这些知识,学生能够掌握电路分析的基本方法,为后续的深入学习打下坚实的基础。

学习目标

◎知识目标

- (1)掌握实际电路与电路模型的基本构成要素,理解它们之间的区别与联系。
- (2)熟悉电流和电压的参考方向、设置原则,并能准确应用到电路分析中。
- (3)了解电路元件、电阻元件、独立电源与受控电源的工作原理及其特性。
- (4)学习并掌握基尔霍夫电流定律(KCL)和基尔霍夫电压定律(KVL),并能够在电路分析中灵活运用。

◎能力目标

- (1)能够根据给定的实际电路构建相应的电路模型,并进行初步分析。
- (2)具备计算简单电路中电流、电压的能力,能够解决包含电阻、电源等基本元件的电路问题。
- (3)掌握使用 KCL 和 KVL 求解复杂电路的方法,提高学生解决实际电路问题的能力。

◎素质目标

- (1)培养学生严谨的科学态度和逻辑思维能力,增强对电路理论的理解和应用能力。

(2)提升自主学习和探究能力,激发对电气工程领域的兴趣和热情。

◎思政目标

(1)强化实践是检验真理的唯一标准的理念,鼓励学生将理论知识应用于实践中,培养创新精神和实践能力。

(2)通过团队合作解决问题,提升学生的沟通能力和发展团队协作精神。

第一节 实际电路与电路模型

一、实际电路

实际电路由各种电气设备和元器件组成(如电动机、变压器和晶体管等),按照特定的方式连接而成。实际电路种类繁多,主要功能包括电力的传输与分配,如电力系统;各种电信号的传输与处理,如收音机、通信系统等。

根据用途的不同,电路可进一步细分为控制电路、测试电路、通信电路及电气照明电路等。无论电路的结构多么复杂,其基本构成都包含三大部分,即电源、中间环节和负载。

电源,又称“激励”或“输入”,是提供电能的能源。

中间环节包括连接导线和开关等组件,用于传输和控制电流。

负载是消耗电能的设备。

二、电路模型

电路理论的研究对象并非实际电路,而是由理想化的电路元件组成的电路模型。这些理想化的元件是从实际电路元件中抽象出来的,具有单一的电磁特性。如:电阻元件,仅消耗电能;电感元件,仅产生磁效应并储存磁场能量;电容元件,仅产生电场效应并储存电场能量;电源元件,则是将其他形式的能量转化为电能。按照特定的方式连接这些元件,可以模拟实际电路的特性,从而形成电路模型。这种模型通常简称“电路”。

电阻元件、电感元件和电容元件都是二端元件,它们分别代表实际电路中的耗能作用、磁场效应和电场效应。每个元件都有确定的电流和端子间的电压,这类元件也称为“集总参数元件”。由这些元件构成的电路称为集总参数电路。需要注意的是,使用集总参数电路来近似实际电路是有条件的,即实际电路的长度必须远小于该电路工作频率下电磁波的波长。

第二节 电流、电压参考方向

在电路分析过程中,为元件或部分电路的电流和电压指定参考方向是十分必要的。这有助于简化问题求解,即使实际方向可能未知或随时间变化。设定这样的参考方向能够使我们在计算时有一个明确的标准,从而更方便地处理实际问题中的变量。

一、电流的参考方向

电荷的有规则运动形成了电流。电流的正方向是正电荷流动的方向。科学家们发现电流本质上是电子的定向运动,而电子是带负电荷的。因此,电流的正方向是与电子运动的方向相反的。电流强度(简称“电流”)定义为 dt 时间内通过电路横截面的电荷量 dq ,即

$$i = \frac{dq}{dt}$$

式中, i 称为电流,单位是 A(安培,简称“安”)。

电流的大小和方向对电路的工作状态都有影响,所以在描述一个电流时要同时给出电流的大小和方向。图 1-1 代表电路的一部分,其中方框代表某一个二端元件。电流 i 流过该元件时,其实际方向只有两种可能性,或是从 A 到 B,或是从 B 到 A,这时可选定其中任一方向作为电流的参考方向,它不一定是电流的实际方向。图 1-1 中用实线箭头代表电流 i 的参考方向,虚线箭头代表电流 i 的实际方向。在图 1-2(a) 中,电流的参考方向与实际方向相同,此时电流 i 为正值,即 $i > 0$;在图 1-2(b) 中,电流的参考方向与实际方向相反,此时电流 i 为负值,即 $i < 0$ 。电流的参考方向除了用箭头表示之外,也可以用双下标表示,如 i_{AB} 代表电流的参考方向是由 A 到 B,如图 1-2 所示。

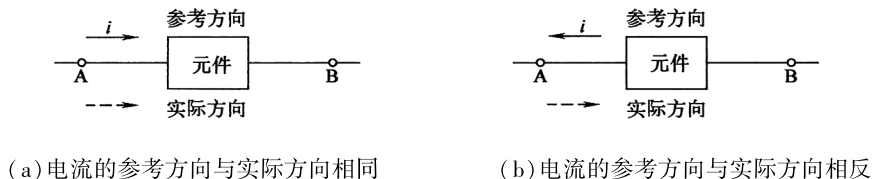


图 1-1 电流的参考方向

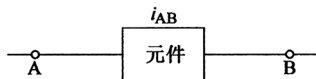


图 1-2 电流参考方向的双下标表示法

这样,在设定了电流的参考方向后,就可以根据电流 i 的正负来判断实际方向。在图 1-3(a) 中,设元件电流的参考方向由 A 指向 B,电流的波形如图 1-3(b) 所示。在前半个周期,即 $t_1 \leq t \leq t_2$ 时,由于 $i \geq 0$,所以电流的实际方向与参考方向一致,即此时电流 i 的实际方向由 A 指向 B;在后半个周期,即 $t_2 \leq t \leq t_3$ 时,由于 $i < 0$,所以电流的实际方向与参考方向相反,即此时电流 i 的实际方向由 B 指向 A。

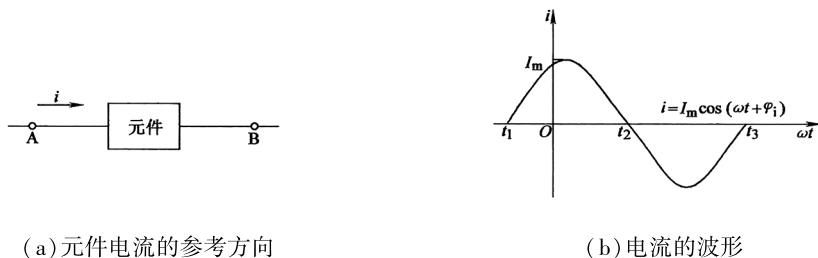


图 1-3 电流实际方向的判断

二、电压的参考方向

在电磁学中已经知道,电荷在电场中受到电场力的作用。当把电荷由电场中的一点移到另一点时,电场对电荷做功。处在电场中的电荷具有电位(势)能,恒定电场中的每一点都有一定电位,由此引入重要的物理量——电压与电位。

电场中某两点 A、B 间的电压(又称“电压降”) u_{AB} 等于将点电荷 q 由 A 点移至 B 点电场力所做的功

W_{AB} 与该电荷 q 的比值,即

$$u_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$$

在电场中可取一点作为参考点,记为 P,通常设参考点的电位为零。将电场中的一点 A 至 P 点的电压 u_{AP} 规定为 A 点的电位,记为 φ_A ,即

$$\varphi_A = u_{AP}$$

在电路问题中,可以任选电路中的一点作为参考点,例如取“地”作为参考点。参考点选择不同,某点的电位值会相应改变,但两点间的电压不随参考点选择的不同而改变。用电位表示 A、B 两点间的电压,就有

$$u_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

显然又有

$$u_{BA} = \varphi_B - \varphi_A = -u_{AB}$$

即两点间沿两个相反方向(从 A 到 B 和从 B 到 A)所得到的电压符号相反。

电位和电压是两个既有联系又有区别的概念。电位是对电路中某点而言的,其值与参考点的选取有关,为该点到参考点之间的电压;电压则是对电路中某两点而言的,其值为两点的电位差,与参考点的选取无关。有时提到电路中某点的电压,实际上是指该点与参考点之间的电压,此时它与该点的电位是一致的。

与电流相似,电路中某两点间的电压的参考方向也有两种可能。为了分析方便,同样可以指定其中任意方向为电压的参考方向。

电压 $u(t)$ 的参考方向(或参考极性)一般用“+”“-”极性加以标示,此时电压的参考方向由“+”指向“-”,即为电位降的方向;电压的参考方向也可以在两点之间的电路旁用箭头表示,箭头的指向即为电位降的方向;电压的参考方向还可以用双下标来表示,如 u_{AB} 表示该电压的参考方向由 A 指向 B。显然 u_{AB} 与 u_{BA} 是不同的,虽然它们都表示 A、B 两点之间的电压,但是由于参考方向不同,两者之间相差一个负号,即 $u_{AB} = -u_{BA}$ 。

若电压的参考方向与实际方向相同,则电压值为正值,即 $u > 0$;若电压的参考方向与实际方向相反,则电压值为负值,即 $u < 0$ 。这两种情况如图 1-4 所示,其中实线箭头代表电压参考方向,虚线箭头代表电压实际方向。



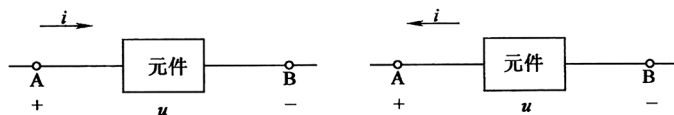
(a) 电压的参考方向与实际方向相同

(b) 电压的参考方向与实际方向相反

图 1-4 电压的参考方向

三、关联参考方向和非关联参考方向

在对任何电路进行分析之前,都应先指定电流和电压的参考方向。原则上,电流和电压的参考方向可以独立地任意指定,参考方向选取的不同,只影响其值的正、负,不会影响实际结论。若同一段电路的电压和电流选取相一致的参考方向,即电流的参考方向从电压的正参考极性端流入,从负参考极性端流出,如图 1-5(a)所示,称电压和电流为关联参考方向;若两者参考方向选取不一致,则称为非关联参考方向,如图 1-5(b)所示。



(a) 关联参考方向

(b) 非关联参考方向

图 1-5 电压和电流的关联和非关联参考方向



四、国际单位制(SI)中变量的单位

在国际单位制(SI)中,电流的单位是A(安培,简称“安”),电荷的单位是C(库仑,简称“库”),电压和电位的单位是V(伏特,简称“伏”)。在处理实际问题时,常常会遇到有时很大或很微小的量值,就需要引入相关的单位来处理。表1-1列出了SI单位中规定的用来构成十进倍数和分数单位的词头。

表 1-1 SI 倍数与分数词头

词头符号	T	G	M	k	m	μ	n	p
词头名称	太	吉	兆	千	毫	微	纳	皮
倍率	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}



第三节 电 路 元 件

一、电路元件的概念与特性

电路元件是电路中最基本的组成单元。电路元件通过其端子与外部连接。元件的特性通过与端子有关的电路物理量描述。每种元件通过端子的两种物理量反映一种确定的电磁关系。元件的两个端子的电路物理量之间的代数函数关系称为元件的端子特性。元件的端子特性又称“元件的组成关系”(简称“CR”)。

集总(参数)元件假定:在任何时刻,流入二端元件的一个端子的电流一定等于从另一端子流出的电流,且两个端子之间的电压为单值量。由集总元件构成的电路称为集总电路,又称“具有集总参数的电路”。

电路物理量有电压 u 、电流 i 、电荷 q 以及磁通 Φ (或磁通链 Ψ)等。电阻元件的元件特性是电压与电流的代数关系 $f(u,i)=0$;电容元件的元件特性是电荷 q 与电压 u 的代数关系 $f(q,u)=0$;电感元件的元件特性是磁通链 Ψ 与电流 i 的代数关系 $f(\Psi,i)=0$ 。这三种特性称为元件的伏安特性、库伏特性和韦安特性。它们分别是电阻元件、电容元件和电感元件的组成关系。如果表征元件特性的代数关系是一个线性关系,则该元件称为线性元件;如果表征元件特性的代数关系是一个非线性关系,则该元件称为非线性元件。

二、元件分类与模型选择

电路元件按与外部连接的端子数目可分为二端、三端、四端元件等,电路元件除了线性元件和非线性元件外,还可分为时不变元件和时变元件,无源元件和有源元件等。

电路理论源于工程实践,并反过来指导实践。同学们学习时需将理论与实际结合,通过对比分析结果和实际测量来验证电路模型的准确性。建模关键在于抓住主要矛盾,在确保精度的同时尽量简化模型。实际电路部件根据激励频率选择不同模型。例如,晶体管在低频下忽略电容效应,而在高频下必须考虑这些电容的影响,采用更复杂的模型。工作频率是决定是否考虑电容效应的关键因素。

此外,线性和非线性也是电路中的一对重要概念。尽管所有元件本质上都是非线性的,但在小电压电流条件下可近似为线性以简化分析。当非线性影响显著时,则需使用非线性模型进行准确描述。总之,电路建模需平衡精度与复杂度,灵活应对不同情况。

第四节 电阻元件

一、线性电阻元件的基本概念与特性

电阻器、灯泡、电炉等在一定条件下可以用二端线性电阻元件作为其模型。线性电阻元件是这样的理想元件:在电压和电流取关联参考方向时,在任何时刻它两端的电压和电流服从欧姆定律

$$u = Ri$$

线性电阻元件的图形符号如图 1-6(a) 所示。上式 $u = Ri$ 中 R 为电阻元件的参数,称为元件的电阻。 R 是一个正实常数。当电压单位为 V, 电流单位为 A 时,电阻的单位为 Ω (欧姆,简称“欧”)。

令 $G = \frac{1}{R}$, 式 $u = Ri$ 变成

$$i = Gu$$

式中, G 称为电阻元件的电导。电导的单位是 S (西门子,简称“西”)。 R 和 G 都是电阻元件的参数。

如果电压、电流参考方向取非关联参考方向,则

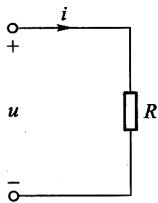
$$u = -Ri \text{ 或 } i = Gu$$

$u = Ri$ 和 $i = Gu$ 就是电阻元件的元件特性。由于电压和电流的单位是伏和安,因此电阻元件的特性称为伏安特性。图 1-6(b) 画出线性电阻元件的伏安特性曲线,它是通过原点的一条直线。直线的斜率与元件的电阻 R 有关。如果在作图时,电压坐标的标尺为 m_u (m_u 为坐标轴上每单位长度代表的电压值),电流坐标的标尺为 m_i (m_i 为坐标轴上每单位长度代表的电流值),则有

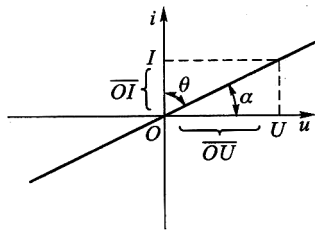
$$R = \frac{u}{i} = \frac{m_u}{m_i} \frac{\overline{OU}}{\overline{OI}} = \frac{m_u}{m_i} \tan \theta$$

$$G = \frac{i}{u} = \frac{m_i}{m_u} \frac{\overline{OI}}{\overline{OU}} = \frac{m_i}{m_u} \tan \alpha$$

式中, $G = \frac{i}{u} = \frac{m_i}{m_u} \frac{\overline{OI}}{\overline{OU}} = \frac{m_i}{m_u} \tan \alpha \cdot \overline{OU}$, $\overline{OU}$ 、 $\overline{OI}$ 分别为电压 u 与电流 i 相应的 u 轴和 i 轴上的线段长度。



(a) 线性电阻元件的图形符号



(b) 线性电阻元件的伏安特性曲线

图 1-6 电阻元件及其伏安特性

二、开路、短路及电阻元件能量转换

当一个线性电阻元件的端电压不论为何值时,流过它的电流恒为零值,就把它称为“开路”。开路的伏安特性在 $u-i$ 平面上与电压轴重合,它相当于 $R = \infty$ 或 $G = 0$ 。当流过一个线性电阻元件的电流不论为何值时,它的端电压恒为零值,就把它称为“短路”。短路的伏安特性在 $u-i$ 平面上与电流轴重合,它相当于 $R = 0$ 或 $G = \infty$ 。如果电路中的一对端子 1-1' 呈断开状态,这相当于端子 1-1' 接有 $R = \infty$ 的电阻,此时称端子 1-1'

处于“开路”。如果把端子 1-1' 用理想导线(电阻为零)连接起来,称这对端子 1-1' 被短路。

当电压 u 和电流 i 取关联参考方向时,电阻元件消耗的功率为

$$p = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} = Gu^2 = \frac{i^2}{G}$$

R 和 G 是正实常数,故功率 p 恒为非负值。所以线性电阻元件只能吸收能量而不能发出能量,是一种无源元件。

电阻元件从 t_0 到 t 的时间内吸收的电能为

$$W = \int_{t_0}^t Ri^2(\xi) d\xi$$

电阻元件一般把吸收的电能量转换成热能或其他形式的能量。

由于制作材料的电阻率与温度有关,(实际)电阻器通过电流后因发热会使温度改变,因此严格地说,电阻器带有非线性因素。但是在正常工作条件下,温度变化有限,许多实际部件如金属膜电阻器、线绕电阻器等的伏安特性近似为一条直线,故用线性电阻元件作为它们的理想模型是合适的。

非线性电阻元件的伏安特性不是一条通过原点的直线。非线性电阻元件的电压电流关系一般可写为

$$u=f(i) \quad [\text{或 } i=h(u)]$$

如果一个电阻元件具有以下的电压电流关系:

$$u(t)=R(t)i(t) \quad [\text{或 } i(t)=G(t)u(t)]$$

式中, u 与 i 仍是比例关系,但比例系数 R 是随时间变化的,故称为时变电阻元件。

线性电阻元件的伏安特性位于第一、三象限。如果一个电阻元件的伏安特性位于第二、四象限,则此元件的电阻为负值,即 $R<0$ 。负电阻元件实际上是一个发出电能的元件。如果要获得这种元件,一般需要专门设计。



第五节 独立电源与受控电源

一、独立电源

独立电源是提供能量的器件,是一种有源的二端电路元件,是各种电能量(电功率)产生器的理性化模型。独立电源可分为独立电压源和独立电流源,其源电压和源电流分别为给定的时间函数,不受外电路的影响,因此称为独立源。

(一) 独立电压源

电压源是一种理想的有源二端电路元件,电路符号如图 1-7(a) 所示,一般为计算方便,常取电流和电压为非关联参考方向。它的端电压 $u(t)$ 为

$$u(t) = u_s(t)$$

式中, $u_s(t)$ 为给定的时间函数。

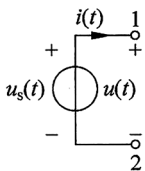
电压源有两个特点:端电压由电压源本身决定,与外电路无关;通过它的电流的大小和方向由外电路决定。

当 $u_s(t) = U_s$ 为常数时,这种电压源称为稳恒直流电压源,简称“直流电压源”,用如图 1-7(b) 所示的图形符号表示,其中长画线表示电源的“+”端,该图也是表示电池的图形符号。

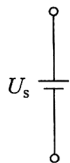
如图 1-8 所示为稳恒直流电压源在 $u-i$ 平面上的伏安特性,它是一条与电流轴平行的直线,截距 U_s 表示电压源的电压值。当电压源开路时,流过电压源的电流 i 的值为零,这时电压源既不发出也不吸收功率。

当电压源接有外电路时,由于电压源的电压是给定的,但电流的大小和方向与外电路有关,因此电压源既能对外电路提供能量,也可能从外电路吸收能量。如果电压源的电压及其电流为非关联参考方向,则电压源发出的功率为

$$p(t) = u_s(t)i(t)$$



(a) 电压源图形符号



(b) 直流电压源图形符号

图 1-7 独立电压源

若 $p > 0$, 则表示电压源实际发出功率; 若 $p < 0$, 则表示电压源实际吸收功率。根据功率守恒定律, 它也是外电路吸收(或发出)的功率。

常见的实际电源(如发电机、蓄电池等)的工作原理比较接近电压源, 但它们的内部电阻不为零。在进行电路分析时, 应采用如图 1-9 所示的理想电压源 U_s 和电阻 R_s 的串联组合作为其电路模型。

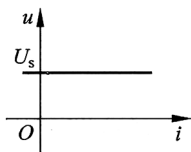


图 1-8 稳恒直流电压源在 $u-i$ 平面上的伏安特性

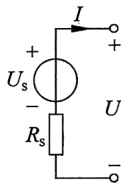


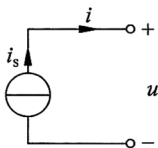
图 1-9 理想电压源 U_s 和电阻 R_s 的串联组电路模型

(二) 独立电流源

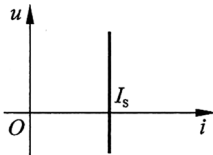
电流源也是一个理想二端电路元件, 电路符号如图 1-10(a) 所示。电流源发出的电流为

$$i(t) = i_s(t)$$

式中, $i_s(t)$ 为给定的时间函数。与电压源不同, 通过电流源的电流与电压无关, 而总是保持为给定的时间函数。它有两个特点, 即流经电流源的电流由电流源本身决定, 与外电路无关; 电流源的端电压的大小和方向由外电路决定。



(a) 电流源电路符号



(b) 直流电流源在 $u-i$ 平面上的伏安特性

图 1-10 独立电流源及其伏安特性

如果电流源的电流 $i_s(t) = I_s$ 为常数, 这种电流源称为稳恒直流电流源, 简称“直流电流源”, 图 1-10(b) 为直流电流源在 $u-i$ 平面上的伏安特性, 它是一条与电压轴平行的直线, 截距 I_s 表示直流电流源的电流值。

当电流源短路时, 其两端电压 $u = 0$, 这时电流源既不发出功率也不吸收功率。如果电流源的电压、电流为非关联参考方向时, 电流源发出的功率为

$$p(t) = u(t)i_s(t)$$

若 $p > 0$, 表示电流源发出功率; 若 $p < 0$, 则表示电流源吸收功率。根据功率守恒定律, 它也是外电路吸收

(或发出)的功率。

常见的光电管、光电池等器件的工作原理比较接近电流源,但它们的内阻为有限值。在进行电路分析时,应采用如图 1-11 所示的理想电流源和电阻的并联组合作为其电路模型。

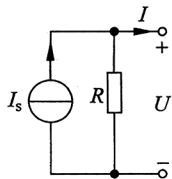


图 1-11 实际电流源模型

二、受控电源

电压源和电流源的源电压和源电流都是给定的时间函数,不受外电路的影响。在电子电路中有一类元件,如电子管、晶体管、场效应管等,具有有源元件的一些特性,但其电压或电流不是给定的时间函数,而是受电路中某个电压或电流的控制,它们称作受控源或非独立源。受控电压源或受控电流源是四端元件,根据控制量是电压或电流可分为四种,如图 1-12(a)~(b)所示,包括电压控制电压源(VCVS)、电压控制电流源(VCCS)、电流控制电压源(CCVS)和电流控制电流源(CCCS)。为了与独立源相区别,用菱形符号表示其电源部分。

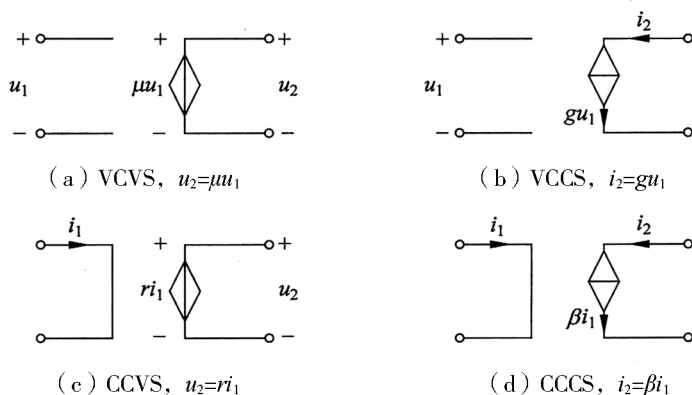


图 1-12 受控电源

图 1-12 中, u_1 、 i_1 为控制量; u_2 、 i_2 为被控量; μ 、 g 、 r 、 β 为控制系数,分别称作转移电压比、转移电导、转移电阻、转移电流比,其中 μ 和 β 是量纲为 1 的量, r 和 g 分别具有电阻和电导的量纲。当 μ 、 g 、 r 、 β 均为常数时,称作线性受控源,简称“受控源”。

受控源与独立源不同,独立源在电路中起“激励”作用,在电路中产生电压和电流。而受控源则不同,它的源电压或源电流受电路中其他电压或电流控制,当这些控制电压或控制电流为零时,受控源的源电压或源电流也为零。所以,受控源只是反映电路中某处的电压或电流能控制另一处的电压或电流这一现象,它本身不直接起“激励”作用。

第六节 基尔霍夫定律

集总电路由集总元件相互连接而成。基尔霍夫定律是集总电路的基本定律。在学习基尔霍夫定律之前,先应了解支路、节点和回路的概念。为了简化说明,本节把组成电路的每一个二端元件称为一条支路,

把支路的连接点称为节点。图 1-13 为一个具有六条支路、四个节点的电路,各支路和节点的编号如图所示。由支路所构成的闭合路径称为回路,如图中支路(1,3,4,6)。同理,支路(1,2,4,6)(1,2,5,6)(1,3,5,6)(2,3)(4,5)等也都分别构成回路。

如果将电路中各个支路的电流和支路的电压(简称“支路电流”与“支路电压”)作为变量来看,这些变量受到两类约束。一类约束是元件的特性造成的约束。例如,线性电阻元件的电压与电流必须满足 $u=Ri$ 的关系;电流源元件的电压与电流必须满足 $i=i_s$ 。这种关系称为元件的电压电流关系(VCR),即 VCR 构成了变量的元件约束。另一类约束是由于元件的相互连接赋予支路电流之间或支路电压之间的约束关系,有时称为“几何约束”或“拓扑约束”。这类约束由基尔霍夫定律来体现。

基尔霍夫定律包括电流定律和电压定律。

一、基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律(KCL)指出:“在集总电路中,任何时刻,对任一节点,所有流出节点的支路电流的代数和恒等于零。”此处,电流的“代数和”是根据电流是流出节点还是流入节点来说的。若流出节点的电流前面取“+”号,则流入节点的电流前面取“-”号;电流是流出节点还是流入节点,均根据电流的参考方向判断。所以对任一节点,KCL 表示为

$$\sum i = 0 \quad (1-1)$$

式(1-1)取和是对连接于该节点的所有支路电流进行的。

以图 1-14 电路为例,对节点①应用 KCL,有(各支路电流的参考方向如图 1-14 所示)

$$i_1 + i_4 - i_6 = 0 \quad (1-2)$$

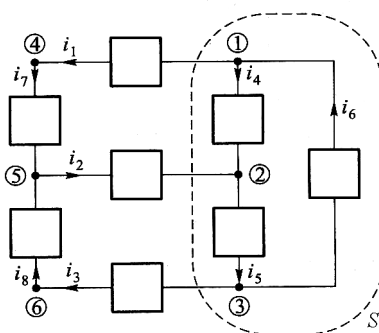


图 1-14 KCL

式(1-2)可写为

$$i_1 + i_4 = i_6 \quad (1-3)$$

式(1-3)表明,流出节点①的支路电流等于流入该节点的支路电流。因此,KCL 也可理解为,任何时刻,流出任一节点的支路电流等于流入该节点的支路电流。

KCL 通常用于节点,但对包围几个节点的闭合面也是适用的。对如图 1-14 所示电路,用虚线表示的闭合面 S 内有 3 个节点,即节点①、②和③。对这些节点分别有

$$i_1 + i_4 - i_6 = 0 \quad (1-4)$$

$$-i_2 - i_4 + i_5 = 0 \quad (1-5)$$

$$i_3 - i_5 + i_6 = 0 \quad (1-6)$$

式(1-4)、式(1-5)、式(1-6)相加后,得到流出闭合面 S 的电流代数和为

$$i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

其中, i_1 和 i_3 流出闭合面, i_2 流入闭合面。

所以, 流出一个闭合面的支路电流的代数和恒等于零; 或者说, 流出闭合面的支路电流等于流入同一闭合面的支路电流。这称为电流的连续性。KCL 是电荷守恒的体现。

二、基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律(KVL)指出: “在集总电路中, 任何时刻, 沿任一回路, 所有支路电压的代数和恒等于零。”

所以, 沿任一回路有

$$\sum u = 0 \quad (1-7)$$

式(1-7)取和时, 需要任意指定一个回路的绕行方向, 凡支路电压的参考方向与回路的绕行方向一致时, 该电压前面取“+”号; 支路电压的参考方向与回路绕行方向相反时, 该电压前面取“-”号。

以如图 1-15 所示电路为例, 对支路(1,2,3,4)构成的回路列写 KVL 方程时, 需要先指定各支路电压的参考方向和回路的绕行方向。绕行方向用虚线上的箭头表示, 有关支路电压为 u_1 、 u_2 、 u_3 、 u_4 , 它们的参考方向如图 1-15 所示。

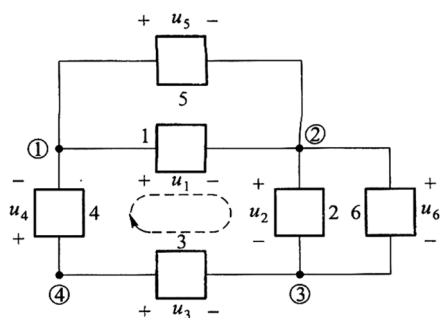


图 1-15 KVL

根据 KVL, 对指定的回路有

$$u_1 + u_2 - u_3 + u_4 = 0 \quad (1-8)$$

由式(1-8)也可得

$$u_3 = u_1 + u_2 + u_4 \quad (1-9)$$

式(1-9)表明, ④、③两节点之间的电压是单值的, 不论沿支路 3 或沿支路 4、1、2 构成的路径, 此两节点间的电压值是相等的。这也说明, KVL 是电压与路径无关。

KCL 在支路电流之间施加线性约束关系, KVL 则对支路电压施加线性约束关系。这两个定律仅与元件的相互连接有关, 而与元件的性质无关。不论元件是线性的还是非线性的, 时变的还是时不变的, KCL 和 KVL 总是成立的。KCL 和 KVL 是集总电路的两个公设(公理)。

对一个电路应用 KCL 和 KVL 时, 应对各节点和支路编号, 并指定有关回路的绕行方向, 同时指定各支路电流和支路电压的参考方向, 一般两者取关联参考方向。

勤学多思

1. 简述实际电路与电路模型的区别, 并举例说明电路模型在实际分析中的作用。
2. 请解释电流和电压的参考方向的概念, 以及它们在电路分析中的重要性。
3. 什么是电阻元件的伏安特性? 如何通过伏安特性判断一个电阻元件是线性的还是非线性的?
4. 独立电源与受控电源的主要区别是什么? 请分别描述独立电压源和独立电流源的特点, 并各举一例说明其应用场景。
5. 基尔霍夫电流定律(KCL)和基尔霍夫电压定律(KVL)的基本内容是什么? 请用简单的电路图示例说明如何应用这两个定律进行电路分析。

第二章 简单电阻电路

本章概述

本单元主要探讨电路的基本分析方法,包括电路的等效变换、电阻的串联与并联、Y- Δ 变换、理想电源的串联和并联以及实际电源模型的等效变换。通过学习这些内容,学生将掌握如何简化复杂电路以便于计算,并理解不同类型的电路元件及其组合对整体电路性能的影响。

学习目标

◎知识目标

- (1)理解电路等效变换的基本原理及其应用。
- (2)掌握电阻串联、并联及混联电路的计算方法。
- (3)学习 Y 形与 Δ 形电阻网络的转换公式及应用场景。
- (4)了解理想电压源与电流源的串、并联规则。
- (5)熟悉实际电源的伏安特性及其简化模型。

◎能力目标

- (1)能够运用所学知识进行电路的简化与计算。
- (2)提高解决复杂电路问题的能力(特别是通过等效变换的方法)。
- (3)培养利用 KVL、KCL 定律分析电路的能力。

◎素质目标

- (1)提升逻辑思维能力和解决问题的技巧。
- (2)培养细致严谨的工作态度,尤其是在处理复杂电路时。

(3) 激发探索科学知识的兴趣,培养终身学习的习惯。

◎思政目标

(1) 强化团队合作精神,在讨论和解决问题的过程中学会倾听与分享。

(2) 树立正确的价值观,认识到技术发展对社会进步的重要性。

(3) 鼓励创新意识,勇于尝试新的方法和技术来解决遇到的问题。

第一节 电路的等效变换

一、等效变换原理

在分析和计算电路时,有时可以把电路中某一部分简化,即用一个较简单或另一种结构形式的电路代替原电路,以使整个电路便于计算,即等效变换。例如,在图 2-1(a) 中,右方虚线框中由几个电阻构成的电路可以用一个电阻 R_{eq} 代替,使整个电路得以简化。进行代替的条件是使图 2-1 中,端子 1-1' 以右的部分有相同的伏安特性。电阻 R_{eq} 称为等效电阻,其值决定于被代替的原电路中各电阻的值以及它们的连接方式。

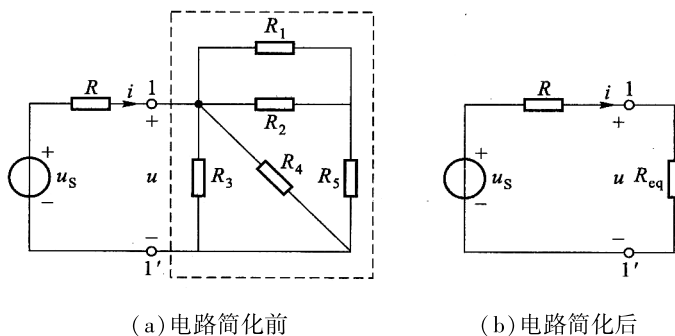


图 2-1 等效电阻

这意味着等效变换是有条件的,其前提在于保证替换前后,端子 1-1' 以右部分电路对左侧电路呈现出相同的电气特性。换言之,通过使用等效电阻 R_{eq} 替换原有复杂电路,我们可以在不影响其他电路部分的情况下,简化计算过程并准确求解所需参数。这样的方法不仅提高了分析效率,还确保了结果的有效性和准确性。

二、对外等效应用

当图 2-1(a) 中端子 1-1' 以右电路被 R_{eq} 代替后,1-1' 以左部分电路的任何电压和电流都将维持与原电路相同,这就是电路的“等效概念”。一般地说,当电路中某一部分用其等效电路代替后,未被代替部分的电压和电流均应保持不变。也就是说,用等效电路的方法求解电路时,电压和电流保持不变的部分仅限于等效电路以外,这就是“对外等效”的概念。等效电路是被代替部分的简化或结构变形,因此,内部并不等效。例如,把如图 2-1(a) 所示电路简化后,不难按图 2-1(b) 求得端子 1-1' 以左部分的电流 i 和端子 1-1' 的电压 u ,它们分别等于原电路中的电流 i 和电压 u 。但如果还要求图 2-1(a) 虚线框内部的各电阻的电流,就必须回到原电路,利用已求得的电流 i 和电压 u 来求解。可见,“对外等效”也就是其外部特性等效。

第二节 电阻的串联和并联

等效电路是电路结构的一种变形(或“变换”),以下探讨最简单的电阻串联和并联的情况。

一、电阻串联与并联概念

如图 2-2 所示电路为 n 个电阻 $R_1, R_2, \dots, R_k, \dots, R_n$ 的串联组合。当电阻串联时,每个电阻中的电流为同一电流。

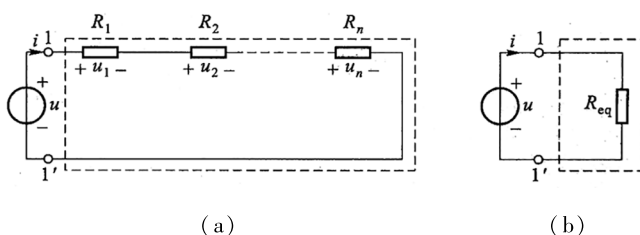


图 2-2 电阻的串联

运用 KVL,有

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_k + \dots + u_n \quad (2-1)$$

即总电压为各串联电阻分电压之和。

由于每个电阻的电流均为 i ,有 $u_1 = R_1 i, u_2 = R_2 i, \dots, u_k = R_k i, \dots, u_n = R_n i$,代入式(2-1)得

$$u = (R_1 + R_2 + \dots + R_k + \dots + R_n) i = R_{eq} i$$

其中,

$$R_{eq} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{u}{i} = R_1 + R_2 + \dots + R_k + \dots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k$$

电阻 R_{eq} 是这些串联电阻的等效电阻。显然,当各电阻均为正值时,等效电阻必大于任何一个参与串联的电阻。电阻串联时,各电阻上的分电压为

$$u_k = R_k i = \frac{R_k}{R_{eq}} u \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (2-2)$$

可见,串联的每个电阻,其电压与电阻值成正比。或者说,总电压根据各个串联电阻的电阻值进行分配。式(2-2)称为电压分配公式,或称“分压公式”。

图 2-3(a)表示 n 个电阻的并联组合。当电阻并联时,各电阻的电压为同一电压。总电流 i 可根据 KCL 写为

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots + i_n \\ &= G_1 u + G_2 u + \dots + G_k u + \dots + G_n u \\ &= (G_1 + G_2 + \dots + G_k + \dots + G_n) u \\ &= G_{eq} u \end{aligned}$$

即总电流为各并联电阻分电流之和,式(2-3)中 $G_1, G_2, \dots, G_k, \dots, G_n$ 为电阻 $R_1, R_2, \dots, R_k, \dots, R_n$ 的电导,而

$$G_{eq} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{i}{u} = G_1 + G_2 + \dots + G_k + \dots + G_n = \sum_{k=1}^n G_k$$

G_{eq} 是 n 个电阻并联后的等效电导。并联后的等效电阻 R_{eq} 为

$$R_{eq} = \frac{1}{G_{eq}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n G_k} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$$

或

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

不难看出,当各电阻均为正值时,等效电阻小于任何一个参与并联的电阻。

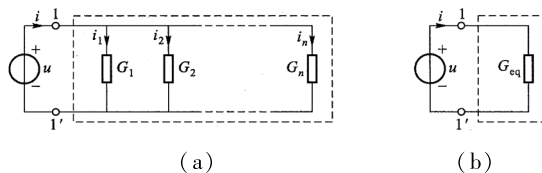


图 2-3 电阻的并联

电阻并联时,各电阻中的电流为

$$i_k = G_k u = \frac{G_k}{G_{\text{eq}}} i \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (2-4)$$

可见,每个并联电阻中的电流与它们各自的电导值成正比。式(2-4)称为电流分配公式,或称“分流公式”。

当 $n=2$ 时,即 2 个电阻并联时,如图 2-4 所示,等效电阻为

$$R_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

两并联电阻的电流分别为

$$i_1 = \frac{G_1}{G_{\text{eq}}} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

$$i_2 = \frac{G_2}{G_{\text{eq}}} i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

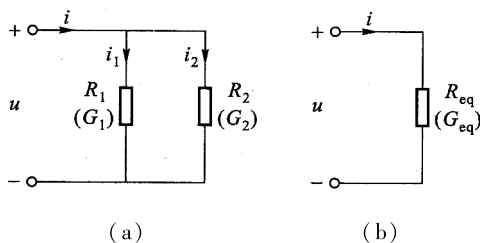


图 2-4 2 个电阻并联

二、电阻混联与桥形连接

当电阻的连接中既有串联又有并联时,称为电阻的串、并联,简称“混联”。如图 2-5 所示的电路为混联电路, R_3 与 R_4 串联后与 R_2 并联,再与 R_1 串联。故有

$$R_{\text{eq}} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}$$

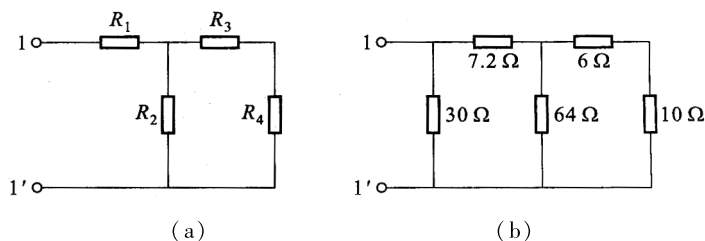


图 2-5 电阻的混联

除了串、并联以外,还有一种特殊的连接形式是桥形连接。如图 2-6(a) 所示桥形结构电路中各电阻既不是串联也不是并联,因此无法根据电阻的串、并联变换规律将电路结构加以变动。如果在该电路的任一支路中加入一个电压源就可得到如图 2-6(b) 所示电路,该电路又称“惠斯通电桥”。其中, R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 所在支路称为桥臂, R_5 支路称为对角线支路。不难证明,当满足条件 $R_1 R_4 = R_2 R_3$ 时,对角线支路中电流为零,二端电压也为零,此时认为电桥处于平衡状态,这一条件也称为“电桥的平衡条件”。电桥平衡时,对角线支路可看作开路(因 $i=0$)或短路(因 $u=0$),电路就可按串、并联规律计算。但当电桥不满足平衡条件时,就无法运用串、并联变换,而要运用下一节中电阻的 Y- Δ 等效变换。

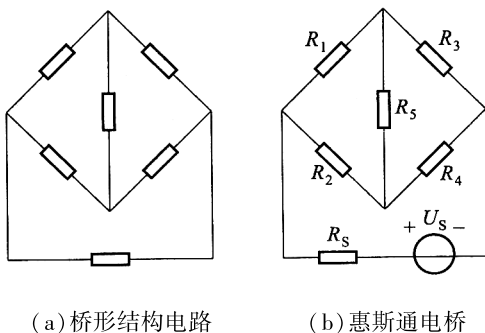


图 2-6 桥形结构与惠斯通电桥

第三节 Y 形电阻与 Δ 形电阻的等效变换

一、Y 形与 Δ 形联结

Y 形联结也称为“星形联结”, Δ 形联结也称为“三角形联结”。它们都有三个端子与外部相连。在如图 2-6 所示电桥电路中, R_1 、 R_3 、 R_5 构成 Y 形联结(R_2 、 R_4 、 R_5 也构成 Y 形联结); R_1 、 R_2 、 R_5 构成 Δ 形联结(R_3 、 R_4 、 R_5 也构成 Δ 形联结)。

二、Y- Δ 等效变换公式

图 2-7 表示接于端子 1、2、3 的 Y 形联结与 Δ 形联结的三个电阻。端子 1、2、3 与电路的其他部分相连,图中没有画出电路的其他部分。当两种电路的电阻之间满足一定关系时,它们在端子 1、2、3 上及端子以外的特性可以相同,就是说它们可以互等效变换。如果在它们的对应端子之间具有相同的电压 u_{12} 、 u_{23} 和 u_{31} ,而流入对应端子的电流分别相等,即 $i_1 = i'_1$, $i_2 = i'_2$, $i_3 = i'_3$,在这种条件下,它们就彼此等效。这就是 Y- Δ 等效变换应满足的条件。

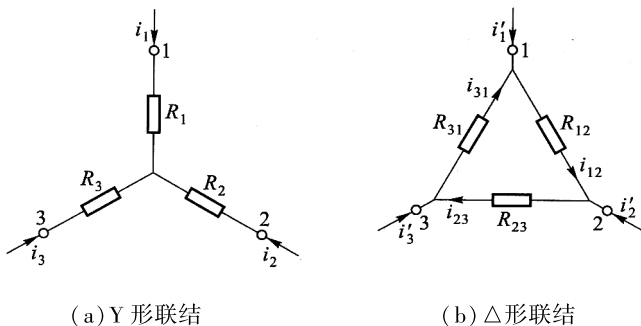


图 2-7 Y 形联结和 Δ 形联结的等效变换



对于△形联结电路,各电阻中电流为

$$i_{12} = \frac{u_{12}}{R_{12}}, i_{23} = \frac{u_{23}}{R_{23}}, i_{31} = \frac{u_{31}}{R_{31}}$$

根据 KCL,端子电流分别为

$$\begin{cases} i'_1 = \frac{u_{12}}{R_{12}} - \frac{u_{31}}{R_{31}} \\ i'_2 = \frac{u_{23}}{R_{23}} - \frac{u_{12}}{R_{12}} \\ i'_3 = \frac{u_{31}}{R_{31}} - \frac{u_{23}}{R_{23}} \end{cases}$$

对于 Y 形联结电路,应根据 KCL 和 KVL 联立求出端子电压与电流之间的关系,方程式为

$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 = u_{12} \\ R_2 i_2 - R_3 i_3 = u_{23} \end{cases}$$

$u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0$, 可以解出电流

$$\begin{cases} i_1 = \frac{R_3 u_{12}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} - \frac{R_2 u_{31}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \\ i_2 = \frac{R_1 u_{23}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} - \frac{R_3 u_{12}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \\ i_3 = \frac{R_2 u_{31}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} - \frac{R_1 u_{23}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \end{cases}$$

由于不论 u_{12} 、 u_{23} 、 u_{31} 为何值,两个等效电路对应的端子电流均相等。于是得

$$\begin{cases} R_{12} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \\ R_{23} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \\ R_{31} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \end{cases} \quad (2-5)$$

式(2-5)就是根据 Y 形联结的电阻确定△形联结的电阻的公式。

将式(2-5)中三式相加,并在右方通分可得

$$R_{12} + R_{23} + R_{31} = \frac{(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)^2}{R_1 R_2 R_3} \quad (2-6)$$

将式(2-6)代入 $R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1 = R_{12} R_3 = R_{31} R_2$, 就可得到 R_1 的表达式。同理可得 R_2 和 R_3 , 公式分别为

$$\begin{cases} R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{cases}$$

即根据 Δ 形联结的电阻确定Y形联结的电阻的公式。

为了便于记忆,以上互换公式可归纳为

$$\begin{aligned} Y \text{ 形电阻} &= \frac{\Delta \text{ 形相邻电阻的乘积}}{\Delta \text{ 形电阻之和}} \\ \Delta \text{ 形电阻} &= \frac{Y \text{ 形电阻两两乘积之和}}{Y \text{ 形不相邻电阻}} \end{aligned}$$

注意这些公式的量纲和端子1、2、3的互换性有助于记忆。

若Y形联结中三个电阻相等,即 $R_1=R_2=R_3=R_Y$,则等效 Δ 形联结中三个电阻也相等,它们等于

$$R_{\Delta}=R_{12}=R_{23}=R_{31}=3R_Y$$

或

$$R_Y = \frac{1}{3}R_{\Delta}$$

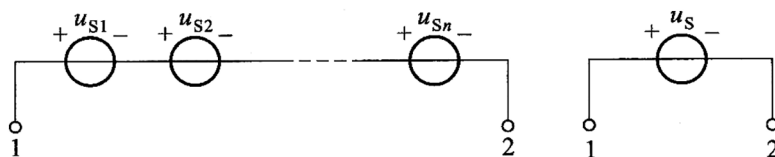
第四节 理想电源的串联和并联

一、电压源串联的等效替代

图2-8(a)为 n 个电压源的串联,可以用一个电压源等效替代,如图2-8(b)所示,这个等效电压源的激励电压为

$$u_S = u_{S1} + u_{S2} + \cdots + u_{Sn} = \sum_{k=1}^n u_{Sk}$$

如果 u_{Sk} 的参考方向与图2-8(b)中 u_S 的参考方向一致时,式中 u_{Sk} 的前面取“+”号,不一致时取“-”号。



(a) n 个电压源的串联

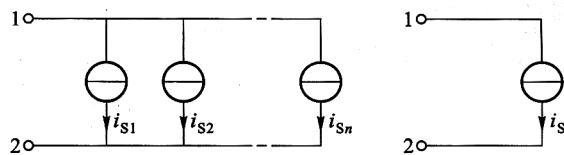
(b) 等效电压源

图 2-8 电压源的串联

二、电流源并联的等效替代

图2-9(a)为 n 个电流源的并联,可以用一个电流源等效替代,如图2-9(b)所示。等效电流源的激励电流为

$$i_S = i_{S1} + i_{S2} + \cdots + i_{Sn} = \sum_{k=1}^n i_{Sk}$$



(a) n 个电流源的串联

(b) 等效电流源

图 2-9 电流源的并联

如果 i_{sk} 的参考方向与图 2-9(b) 中 i_s 的参考方向一致时, 式中 i_{sk} 的前面取“+”号, 不一致时取“-”号。

三、电压源与电流源组合规则

只有当电压源的激励电压相等且极性一致时, 才允许这些电压源进行并联操作。如果违背这一原则, 则会违反基尔霍夫电压定律(KVL)。并联后的等效电路可以视为其中任一电压源, 但需要注意的是, 并联组合向外部提供的电流在各个电压源之间的具体分配情况是不确定的。

类似地, 只有当电流源的激励电流相等且方向一致时, 这些电流源才能被串联在一起。如果不满足这个条件, 则会违反基尔霍夫电流定律(KCL)。串联后的等效电路等同于其中任意一个电流源, 然而, 这个串联组合产生的总电压如何在各个电流源之间分配是无法预先确定的。

此外, 值得注意的是:

(1) 当一个电压源与一个电流源并联时, 整体对外表现如同该电压源单独作用的效果, 但是电压源的实际电流将会受到并联电流源的影响;

(2) 而当一个电流源与电压源串联时, 整个组合对外的作用效果类似于单独的电流源, 不过电流源的电压会受到串联电压源的影响(在这种情况下, 理解各组件相互作用的方式对于正确分析和设计电路至关重要)。



第五节 实际电源模型的等效变换

一、实际电源及其伏安特性

如图 2-10(a) 所示为一个实际直流电源, 例如一个干电池; 图 2-10(b) 是它的输出电压 u 与输出电流 i 的伏安特性曲线(虚线部分表示该电源已不能正常工作)。由于内部损耗, 输出电压 u 随电流 i 的增大而减少, 且不呈线性关系。输出电流 i 不可超过一定的限值, 否则会导致电源损坏。不过在一定范围内电压和电流的关系近似为直线。如果把这一段直线加以延长而作为该电源的外特性, 如图 2-10(c) 所示, 此时, 它在 u 轴和 i 轴上各有一个交点, 前者相当于 $i=0$ 时的电压, 即开路电压 U_{oc} ; 后者相当于 $u=0$ 时的电流, 即短路电流 I_{sc} 。根据此伏安特性曲线, 可以用电压源和电阻的串联组合或电流源和电导的并联组合作为使用在一定电流范围内的实际电源的电路模型。

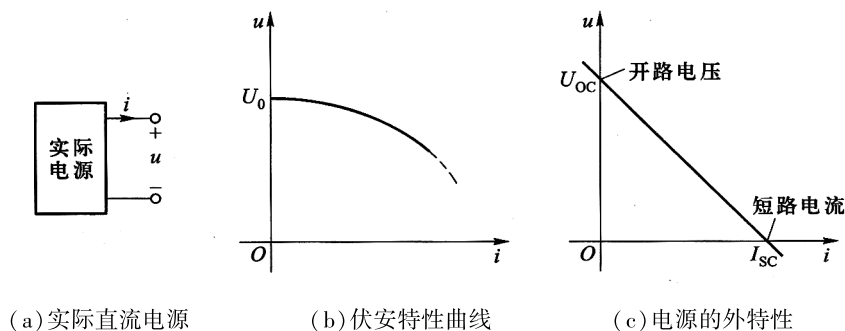


图 2-10 实际电源的伏安特性曲线

二、两种电路模型等效条件

如图 2-11(a) 所示为电压源 U_s 和电阻 R 的串联组合, 在端子 1-1' 处的电压 u 与(输出)电流 i 的关系为

$$u = U_s - R_i$$

如图 2-11(c) 所示为电流源 I_s 与电导 G 的并联组合, 在端子 1-1' 处的电压 u 与 (输出) 电流 i 的关系为

$$i = I_s - G_u$$

如果令

$$G = \frac{1}{R}, I_s = G U_s$$

式 $u = U_s - R_i$ 和式 $i = I_s - G_u$ 所示的两个方程将完全相同, 也就是在端子 1-1' 处的 u 和 i 的关系将完全相同。式 $G = \frac{1}{R}, I_s = G U_s$ 就是这两种组合彼此对外等效必须满足的条件 (注意 U_s 和 I_s 的参考方向, I_s 的参考方向由 U_s 的负极指向正极)。

当 $i = 0$ 时, 端子 1-1' 处的电压为开路电压 U_{oc} , 而 $U_{oc} = U_s$ 。当 $u = 0$ 时, i 为把端子 1-1' 短路后的短路电流 I_{sc} , 而 $I_{sc} = I_s$ 。同时有 $U_{oc} = R I_{sc}$, 或 $I_{sc} = G U_{oc}$ 。

图 2-11(b) 和图 2-11(d) 分别示出图 2-11(a) 和图 2-11(c) 所示电路在 i - u 平面上的伏安特性曲线, 它们都是一条直线。当式 $G = \frac{1}{R}, I_s = G U_s$ 的条件满足时, 它们将是同一条直线。

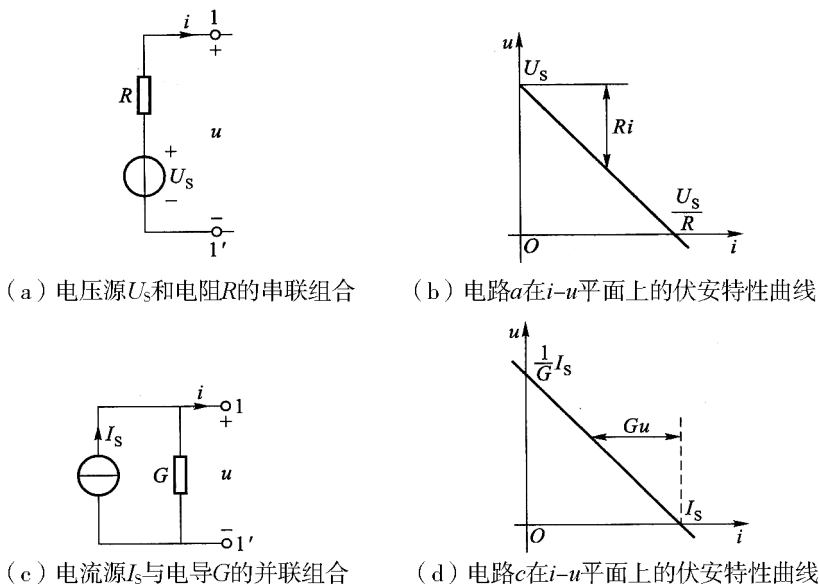


图 2-11 实际电源的两种电路模型

这种等效变换仅保证端子 1-1' 外部电路的电压、电流和功率相同 (即只是对外部等效), 对内部并无等效可言。例如, 端子 1-1' 开路时, 两电路对外均不发出功率, 但此时电压源发出的功率为零, 电流源发出的功率为 $\frac{I_s^2}{G}$; 反之, 短路时, 电压源发出的功率为 $\frac{U_s^2}{R}$, 电流源发出的功率为零。

利用等效变换, 就可简化求解由电压源、电流源和电阻组成的串、并联电路。

受控电压源、电阻的串联组合和受控电流源、电导的并联组合也可以用这种方法进行变换。此时可把受控电源当作独立电源一样来处理, 但要注意在变换过程中必须保存控制量所在支路, 而不要在变换中把它消掉。



勤学多思

1. 解释电路等效变换的概念,并说明其在电路分析中的重要性。
2. 请描述电阻串联和并联的基本特点,以及它们各自的电压和电流分配规律。
3. 什么是 Y- Δ 变换? 给出 Y 形连接转换为 Δ 形连接的公式,并简述其应用场合。
4. 简述理想电压源与电流源进行串并联时应遵循的原则,并举例说明一种应用场景。
5. 实际电源模型通常如何简化表示? 请解释开路电压(U_{oc})和短路电流(I_{sc})的概念及其在实际电源模型中的意义。

第三章 线性电阻电路

本章概述

本章主要探讨电路分析中的基本定律及其应用,包括基尔霍夫电流定律(KCL)和基尔霍夫电压定律(KVL),以及基于这些定律发展出的多种电路分析方法。通过学习支路电流法、节点电压法、网孔电流法和回路电流法,学生能够理解和掌握不同类型的电路分析技巧,并能应用于实际生活中解决复杂的电路网络问题。

学习目标

◎知识目标

- (1)掌握 KCL 和 KVL 的基本概念及其独立方程数的确定。
- (2)理解并能够运用支路电流法、节点电压法、网孔电流法及回路电流法进行电路分析。
- (3)学习如何处理特殊元件(如,无伴电压源、无伴电流源)在电路分析中的应用。

◎能力目标

- (1)能够准确地列出给定电路图的 KCL 和 KVL 方程。
- (2)提高利用不同电路分析方法解决问题的能力,特别是在复杂电路网络中的应用。
- (3)培养分析与解决电路设计中实际问题的能力。

◎素质目标

- (1)增强逻辑思维能力,培养细致入微的工作态度。
- (2)促进团队合作精神,在小组讨论或项目中有效沟通交流。
- (3)激发创新意识,鼓励探索新的解决方案和技术手段。

◎思政目标

- (1) 强调科学严谨的态度对工程技术人员的重要性,培养学生的责任感和社会使命感。
- (2) 引导学生认识到技术创新对社会发展的重要作用,激发其服务社会的热情。
- (3) 在学习过程中融入职业道德教育,强调诚信为本,培养学生遵守行业规范的意识。

第一节 KCL 和 KVL 独立方程数

图 3-1 是一个电路图,它的节点和支路都已分别编号,并给出了支路的方向,该方向就是支路电流和与之关联的支路电压的参考方向。

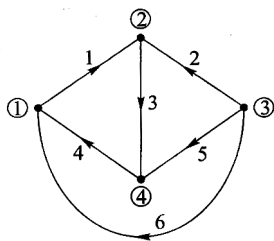


图 3-1 KCL 独立方程

对节点①、②、③、④分别列出 KCL 方程,有

$$\begin{aligned} i_1 - i_4 - i_6 &= 0 \\ -i_1 - i_2 + i_3 &= 0 \\ i_2 + i_5 + i_6 &= 0 \\ -i_3 + i_4 - i_5 &= 0 \end{aligned}$$

由于对所有节点都列写了 KCL 方程,而每一支路与 2 个节点相连,且每个支路电流必然从其中一个节点流入,从另一个节点流出。因此,在所有的 KCL 方程中,每个支路电流必然会出现 2 次,一次为正,一次为负(指每项前面的“+”或“-”)。若把以上 4 个方程相加,必然得出等号两边为零的结果。这就是说,这 4 个方程并非相互独立,但上列 4 个方程中的任意 3 个是独立的。可以证明,对于具有 n 个节点的电路,在任意 $(n-1)$ 个节点上可以得出 $(n-1)$ 个独立的 KCL 方程。相应的 $(n-1)$ 个节点称为独立节点。

从一个图 G 的某一节点出发,沿着一些支路移动而到达另一节点(或回到原出发点),这样的一系列支路构成图 G 的一条路径。一条支路本身也算一条路径。当图 G 的任意两个节点之间至少存在一条路径时,图 G 就称为连通图。例如,图 3-1 就是连通图。如果一条路径的起点和终点重合,且经过的其他节点不出现重复,这条闭合路径就构成图 G 的一个回路。例如,对如图 3-2 所示的图 G ,支路(1,5,8)(2,5,6)(1,2,3,4)(1,2,6,8)都是回路;其他还有支路(4,7,8)(3,6,7)(1,5,7,4)(3,4,8,6)(2,3,7,5)(1,2,6,7,4)(1,2,3,7,8)(2,3,4,8,5)(1,5,6,3,4)构成 9 个不同的回路,共有 13 个不同的回路,但独立回路数远少于总的回路数。

对每个回路可以应用 KVL 列出有关支路电压的方程。例如,对如图 3-2 所示的图 G ,如果按支路(1,5,8)和支路(2,5,6)分别构成 2 个回路列出 2 个 KVL 方程,无论支路电压和绕行方向如何指定,支路 5 的电压将在这 2 个方程中出现,因为该支路是这 2 个回路的共有支路。而把这 2 个方程相加或相减总可以把支路 5 的电压消去,而得到按支路(1,2,6,8)构成回路的 KVL 方程。可见这 3 个回路(方程)是相互不独立的,因

为其中任何一个回路(方程)可以由其他2个回路(方程)导出。因此,这3个回路的KVL方程中只有2个是独立的。与之相应的回路就称为独立回路。

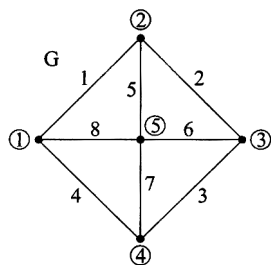


图 3-2 回路

一个图的回路数很多,如何确定它的一组独立回路有时不太容易。利用“树”的概念有助于寻找一个图的独立回路组,从而得到独立的KVL方程组。

连通图G的树T定义为:包含图G的全部节点且不包含任何回路的连通子图。

对于如图3-2所示图G,符合上述定义的树有很多,图3-3(a)、图3-3(b)、图3-3(c)绘出了其中的3个。图3-3(d)和图3-3(e)不是该图的树,因为图3-3(d)中包含了回路,图3-3(e)则是非连通的。树中包含的支路称为该树的树支,而其他不属于树的支路则称为对应于该树的连支。例如,图3-3(a)的树具有树支(5,6,7,8),相应的连支为(1,2,3,4)。对如图3-3(b)所示树,其树支为(1,3,5,6),相应的连支为(2,4,7,8)。树支和连支一起构成图G的全部支路。

图3-3的图G有5个节点,如图3-3(a)、图3-3(b)、图3-3(c)所示图G的每一个树具有4条支路;图3-3(d)出现了回路,则它不是树;图3-3(e)未包含全部节点,则它也不是树。这个图G有许多不同的树,但不论是哪一个树,树支数总是4。可以证明,任一个具有 n 个节点的连通图,它的任何一个树的树支数为 $(n-1)$ 。

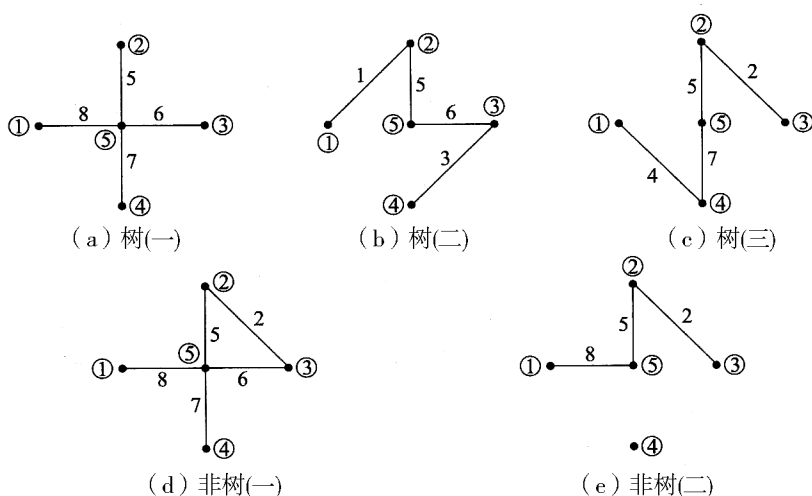


图 3-3 树

由于连通图G的树支连接所有节点又不形成回路,因此对于图G的任意一个树,加入一个连支后,就会形成一个回路,并且此回路除所加连支外均由树支组成,这种回路称为单连支回路或基本回路。对于如图3-4(a)所示图G,取支路(1,4,5)为树,在图3-4(b)中以实线表示,相应的连支为(2,3,6)。分别将这三个连支加入就可得到对应于这个树的三个基本回路,它们是(1,3,5)(1,2,4,5)和(4,5,6)。每一个基本回路仅含一个连支,且这一连支并不出现在其他基本回路中。由全部连支形成的基本回路构成基本回路组,

基本回路的个数显然等于连支数。如果对基本回路组列写 KVL 方程,由于每个连支只在一个回路中出现,因此这些 KVL 方程必构成独立的方程组。换言之,根据基本回路所列出的 KVL 方程组是独立方程。对一个具有 b 条支路和 n 个节点的电路,连支数 $l=b-n+1$,这也就是一个图的独立回路的数目。选择不同的树,就可以得到不同的基本回路组。图 3-4(c)、图 3-4(d)、图 3-4(e) 是以支路(1,4,5)为树相对应的基本回路组。

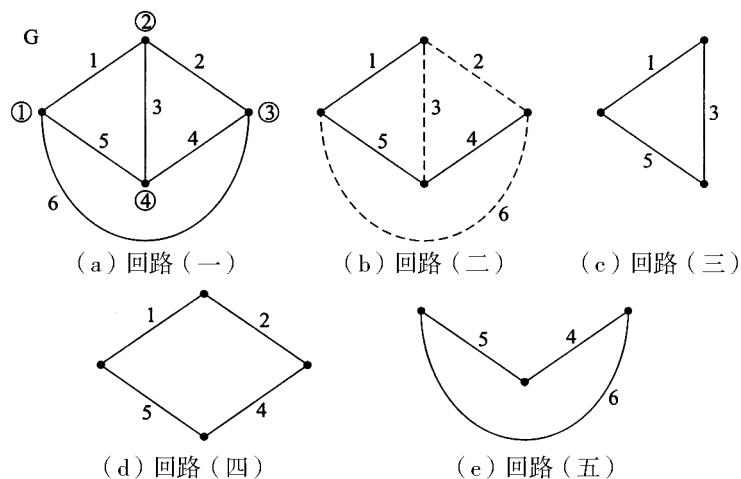


图 3-4 基本回路

如果能把一个图画在平面上,而使它的各条支路不产生交叉,这样的图称为平面图,否则称为非平面图。图 3-5(a) 是一个平面图,图 3-5(b) 则是一个典型的非平面图。对于一个平面图,可以引入网孔的概念。平面图的一个网孔是它的一个自然的“孔”,在其限定的区域内不再再有支路。对如图 3-5(a) 所示的平面图,支路(1,3,5)(2,3,7)(4,5,6)(4,7,8)(6,8,9)都构成网孔,支路(1,2,8,6)(2,3,4,8)不构成网孔。平面图的全部网孔是一组独立回路,所以平面图的网孔数也就是独立回路数。如图 3-5(a) 所示平面图有 5 个节点,9 条支路,独立回路数 $l=(b-n+1)=5$,而它的网孔数正好也是 5 个。

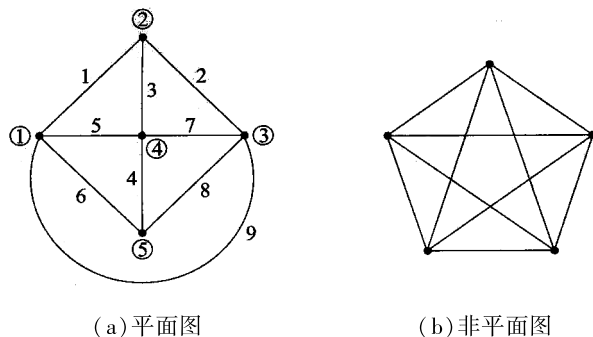


图 3-5 平面图与非平面图

一个电路的 KVL 独立方程数等于它的独立回路数。以图 3-6(a) 电路图为例,如果取支路(1,4,5)为树,则 3 个基本回路表示于图 3-6(b)。按图中的电压和电流的参考方向及回路绕行方向,计及支路及回路的编号,可以列出 KVL 方程如下:

$$\text{回路 } 1u_1+u_3+u_5=0$$

$$\text{回路 } 2u_1-u_2+u_4+u_5=0$$

$$\text{回路 } 3-u_4-u_5+u_6=0$$

这是一组独立方程。

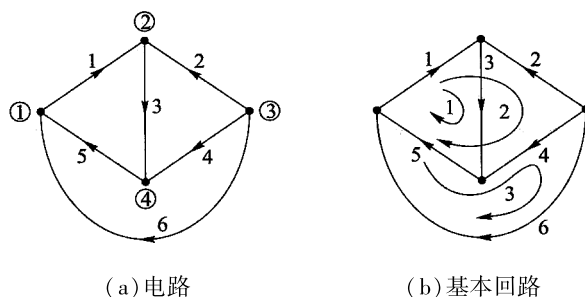


图 3-6 基本回路的 KVL 方程

第二节 支路电流法

对一个具有 b 条支路和 n 个节点的电路,当以支路电压和支路电流为电路变量列写方程时,总计有 $2b$ 个未知量。根据 KCL 可以列出 $(n-1)$ 个独立方程,根据 KVL 可以列出 $(b-n+1)$ 个独立方程,根据元件的 VCR 又可列出 b 个方程。总计方程数为 $2b$,与未知量数相等。因此,可由 $2b$ 个方程解出 $2b$ 个支路电压和支路电流。这种方法称为 $2b$ 法。

为了减少求解的方程数,可以利用元件的 VCR 先将每条支路的电压以支路电流来表示,然后代入 KVL 方程,这样,支路电压就不会出现在 KVL 方程中,可得到以 b 个支路电流为未知量的 b 个 KCL 和 KVL 方程。变量数和方程数从 $2b$ 个减少至 b 个。这种方法称为支路电流法。

现在以如图 3-7(a) 所示电路为例说明支路电流法。把电压源 u_{s1} 和电阻 R_1 的串联组合作为一条支路;把电流源 i_{s5} 和电阻 R_5 的并联组合作为一条支路,这样电路的图就如图 3-7(b) 所示,其节点数 $n=4$,支路数 $b=6$,各支路的方向和编号也表示于图中。求解变量为 $i_1, i_2, \dots, i_6$ 。先利用元件的 VCR,将支路电压 $u_1, u_2, \dots, u_6$ 以支路电流 $i_1, i_2, \dots, i_6$ 表示。图 3-7(c)、图 3-7(d) 给出支路 1 和支路 5 的结构,有

$$\begin{cases} u_1 = -u_{s1} + R_1 i_1 \\ u_2 = R_2 i_2 \\ u_3 = R_3 i_3 \\ u_4 = R_4 i_4 \\ u_5 = R_5 i_5 + R_5 i_{s5} \\ u_6 = R_6 i_6 \end{cases} \quad (3-1)$$

选择网孔作为独立回路,按如图 3-7(b) 所示回路绕行方向列出 KVL 方程

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 0 \\ -u_3 + u_4 + u_5 = 0 \\ -u_2 - u_4 + u_6 = 0 \end{cases} \quad (3-2)$$

将式(3-1)代入式(3-2),得

$$\begin{cases} -u_{s1} + R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 = 0 \\ -R_3 i_3 + R_4 i_4 + R_5 i_5 + R_5 i_{s5} = 0 \\ -R_2 i_2 - R_4 i_4 + R_6 i_6 = 0 \end{cases} \quad (3-3)$$

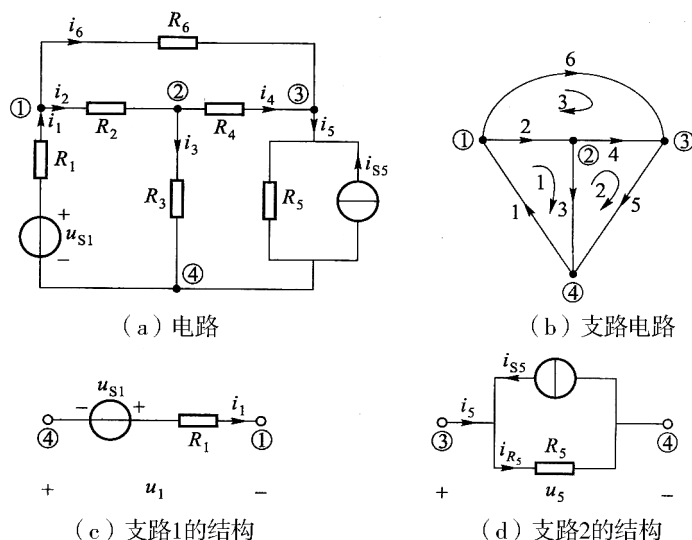


图 3-7 支路电流法

把式(3-3)中的 u_{S1} 和 $R_5 i_{S5}$ 项移到方程的右边后,与在独立节点①、②、③处列出的 KCL 方程联立,就组成了支路电流法的全部方程:

$$\begin{cases} -i_1 + i_2 + i_6 = 0 \\ -i_2 + i_3 + i_4 = 0 \\ -i_4 + i_5 - i_6 = 0 \\ R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 = u_{S1} \\ -R_3 i_3 + R_4 i_4 + R_5 i_5 = -R_5 i_{S5} \\ -R_2 i_2 - R_4 i_4 + R_6 i_6 = 0 \end{cases} \quad (3-4)$$

式(3-4)中的 KVL 方程可归纳为

$$\sum R_k i_k = \sum u_{Sk} \quad (3-5)$$

式(3-5)须对所有的独立回路写出。式中, $R_k i_k$ 是回路中第 k 个支路中电阻上的电压,当 i_k 的参考方向与回路的方向一致时,该项在和式中取“+”号;不一致时,则取“-”号;式中右方 u_{Sk} 是回路中第 k 个支路的电源电压,电源电压既包括电压源的激励电压,也包括由电流源引起的等效激励电压。例如,在支路 5 中并无电压源,仅为电流源与电阻的并联组合,但可将其等效变换为电压源与电阻的串联组合,其等效电压源为 $u_{S5} = R_5 i_{S5}$,在取代数和时,当 u_{S5} 与回路方向一致时,前面取“-”号(因移在等号右侧);当 u_{S5} 与回路方向不一致时,前面取“+”号。式(3-5)实际上是 KVL 的另一种表达式,即任一回路中,电阻电压的代数和等于电压源电压的代数和(也可看作在任一回路中,电阻上电压降的代数和等于电压源上电压升的代数和)。

列出支路电流法的电路方程的步骤如下:

- (1) 选定各支路电流的参考方向;
- (2) 对 $(n-1)$ 个独立节点列出 KCL 方程;
- (3) 选取 $(b-n+1)$ 个独立回路,指定回路的绕行方向,按照式(3-5)列出 KVL 方程。

支路电流法要求 b 个支路电压均能以支路电流表示,即存在式(3-1)形式的关系。当一条支路仅含电流源而不存在与之并联的电阻时,就无法将支路电压以支路电流表示。这种无并联电阻的电流源称为无伴电流源。当电路中存在这类支路时,必须加以处理后才能应用支路电流法。

如果将支路电流用支路电压表示,并代入 KCL 方程,连同支路电压的 KVL 方程,可得到以支路电压为变量的 b 个方程,这就是支路电压法。

第三节 节点电压法

在电路中任意选择一个节点作为参考节点,其他节点称为独立节点,这些节点与此参考节点之间的电压称为节点电压。节点电压的参考极性以参考节点为负,其余独立节点为正。由于每一支路都连接在两个节点上,根据 KVL,该支路电压就是这两个节点电压之差。如果每一个支路电流都可由支路电压来表示,那么它一定也可以用节点电压来表示。在具有 n 个节点的电路中写出其中 $(n-1)$ 个独立节点的 KCL 方程,而 KCL 方程中的各个支路电流都以节点电压来表示,这样,就能得到变量为 $(n-1)$ 个节点电压的共 $(n-1)$ 个独立方程,称之为节点电压方程。然后由这些方程解出节点电压,再求出所需的电压、电流。这就是节点电压法。

例如,对于如图 3-8 所示电路及其图,节点的编号、支路的编号及参考方向均表示于图中。电路的节点数为 4,支路数为 6。以节点为参考,并规定节点①、②、③的节点电压分别用 u_{n1} 、 u_{n2} 、 u_{n3} 表示。支路电压分别用 u_1 、 u_2 、 u_3 、 u_4 、 u_5 与 u_6 来表示。根据 KVL,不难求出 $u_1 = u_{n1}$, $u_2 = u_{n2}$, $u_3 = u_{n3}$, $u_4 = u_{n1} - u_{n2}$, $u_5 = u_{n2} - u_{n3}$, $u_6 = u_{n1} - u_{n3}$ 。

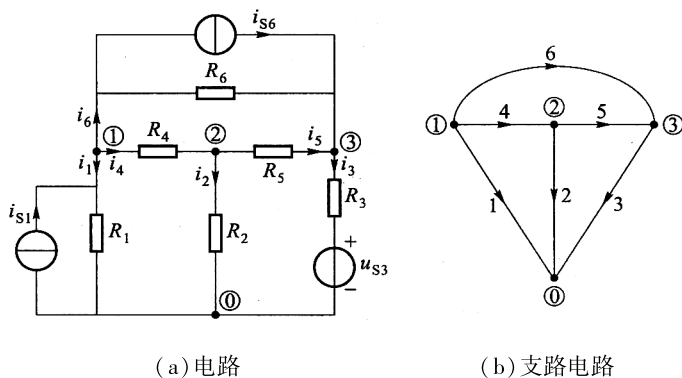


图 3-8 节点电压法

节点①、②与③的 KCL 方程为

$$\begin{cases} i_1 + i_4 + i_6 = 0 \\ i_2 - i_4 + i_5 = 0 \\ i_3 - i_5 - i_6 = 0 \end{cases} \quad (3-6)$$

根据各支路的 VCR 及支路电压与节点电压的关系,式(3-6)可写为

$$\begin{cases} \left(\frac{u_{n1}}{R_1} - i_{S1} \right) + \left(\frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_4} \right) + \left(\frac{u_{n1} - u_{n3}}{R_6} + i_{S6} \right) = 0 \\ \left(\frac{u_{n2}}{R_2} \right) - \left(\frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_4} \right) + \left(\frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_5} \right) = 0 \\ \left(\frac{u_{n3} - u_{S3}}{R_3} \right) - \left(\frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_5} \right) - \left(\frac{u_{n1} - u_{n3}}{R_6} + i_{S6} \right) = 0 \end{cases} \quad (3-7)$$

经整理,就可得到以节点电压为独立变量的方程

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) u_{n1} - \frac{1}{R_4} u_{n2} - \frac{1}{R_6} u_{n3} = i_{S1} - i_{S6} \\ -\frac{1}{R_4} u_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) u_{n2} - \frac{1}{R_5} u_{n3} = 0 \\ -\frac{1}{R_6} u_{n1} - \frac{1}{R_5} u_{n2} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) u_{n3} = i_{S6} + \frac{u_{S3}}{R_3} \end{cases} \quad (3-8)$$

式(3-8)可写为

$$\begin{cases} (G_1 + G_4 + G_6)u_{n1} - G_4u_{n2} - G_6u_{n3} = i_{s1} - i_{s6} \\ -G_4u_{n1} + (G_2 + G_4 + G_5)u_{n2} - G_5u_{n3} = 0 \\ -G_6u_{n1} - G_5u_{n2} + (G_3 + G_5 + G_6)u_{n3} = i_{s6} + G_3u_{s3} \end{cases} \quad (3-9)$$

式中, $G_1, G_2, \dots, G_6$ 为支路 1、2、 $\dots$ 、6 的电导。列节点电压方程时, 可以根据观察按 KCL 直接写出式(3-8)或式(3-9), 不必按照前述步骤进行。为归纳出更为一般的节点电压方程, 可令 $G_{11} = G_1 + G_4 + G_6$, $G_{22} = G_2 + G_4 + G_5$, $G_{33} = G_3 + G_5 + G_6$ 分别为节点①、②、③的自导, 自导总是正的, 它等于连于各节点支路电导之和; 令 $G_{12} = G_{21} = -G_4$, $G_{13} = G_{31} = -G_6$, $G_{23} = G_{32} = -G_5$ 分别为①、②, ①、③和②、③这 3 对节点间的互导, 互导总是负的, 它们等于连接于两节点间支路电导的负值。方程右方写为 $i_{s11}, i_{s12}, i_{s13}$, 分别表示节点①、②、③的注入电流。注入电流等于流向节点的电流源电流的代数和, 流入节点者前面取“+”号, 流出节点者前面取“-”号。注入电流源还应包括电压源和电阻串联组合经等效变换形成的电流源。在上例中, 节点③除了有 i_{s6} 流入外, 还有电压源 u_{s3} 形成的等效电流源 $\frac{u_{s3}}{R_3}$ 。3 个独立节点的节点电压方程可写为

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = i_{s11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = i_{s22} \\ G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = i_{s33} \end{cases} \quad (3-10)$$

式(3-10)不难推广到具有 $(n-1)$ 个独立节点的电路, 有

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} + \dots + G_{1(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{s11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} + \dots + G_{2(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{s22} \\ \dots\dots\dots \\ G_{(n-1)1}u_{n1} + G_{(n-1)2}u_{n2} + G_{(n-1)3}u_{n3} + \dots + G_{(n-1)(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{s(n-1)(n-1)} \end{cases} \quad (3-11)$$

求得各节点电压后, 可根据 VCR 求出各支路电流。列节点电压方程时, 不需要事先指定支路电流的参考方向。节点电压方程本身已包含了 KVL, 而以 KCL 的形式写出, 故如要检验答案, 应对支路电流用 KCL 进行。

例 3-1 列出如图 3-9 所示电路的节点电压方程。

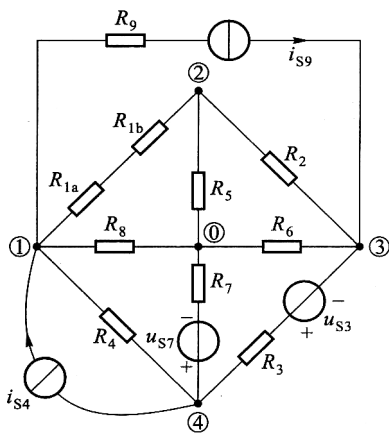


图 3-9 例 3-1 的图

解 首先应指定参考节点, 并对其他节点编号, 设节点电压为 u_{n1}, u_{n2}, u_{n3} 与 u_{n4} 。

图中各电阻以电阻值给出, 因此各支路电导为支路电阻的倒数。此处应注意: $G_1 = \frac{1}{R_{1a} + R_{1b}}$, 以及 R_9 不会在方程中出现。节点电压方程为

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_{1a} + R_{1b}} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_8} \right) u_{n1} - \frac{1}{R_{1a} + R_{1b}} u_{n2} - \frac{1}{R_4} u_{n4} = i_{s4} - i_{s9} \\ -\frac{1}{R_{1a} + R_{1b}} u_{n1} + \left(\frac{1}{R_{1a} + R_{1b}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} \right) u_{n2} - \frac{1}{R_2} u_{n3} = 0 \\ -\frac{1}{R_2} u_{n2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} \right) u_{n3} - \frac{1}{R_3} u_{n4} = i_{s9} - \frac{u_{s3}}{R_3} \\ -\frac{1}{R_4} u_{n1} - \frac{1}{R_3} u_{n3} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7} \right) u_{n4} = -i_{s4} + \frac{u_{s7}}{R_7} + \frac{u_{s3}}{R_3} \end{cases} \quad (3-12)$$

例 3-2 电路如图 3-10 所示,用节点电压法求各支路电流及输出电压 U_o 。

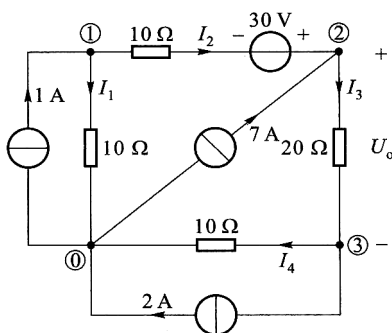


图 3-10 例 3-2 的图

解 取参考节点如图 3-10 所示,其他 3 个节点的节点电压分别为 U_{n1} 、 U_{n2} 、 U_{n3} 。节点电压方程为

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right) U_{n1} - \frac{1}{10} U_{n2} = 1 - \frac{30}{10} \\ -\frac{1}{10} U_{n1} + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} \right) U_{n2} - \frac{1}{20} U_{n3} = 7 + \frac{30}{10} \\ -\frac{1}{20} U_{n2} + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} \right) U_{n3} = -2 \end{cases} \quad (3-13)$$

整理得

$$\begin{cases} 0.2 U_{n1} - 0.1 U_{n2} = -2 \\ -0.1 U_{n1} + 0.15 U_{n2} - 0.05 U_{n3} = 10 \\ -0.05 U_{n2} + 0.15 U_{n3} = -2 \end{cases}$$

可解得

$$U_{n1} = 40 \text{ V}$$

$$U_{n2} = 100 \text{ V}$$

$$U_{n3} = 20 \text{ V}$$

假定各支路电流 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 参考方向如图 3-10 所示,有

$$I_1 = \frac{U_{n1}}{10 \Omega} = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_{n1} - U_{n2} + 30 \text{ V}}{10 \Omega} = -3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_{n2} - U_{n3}}{20 \Omega} = 4 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{U_{n3}}{10 \Omega} = 2 \text{ A}$$

输出电压 $U_o = U_{n2} - U_{n3} = 80 \text{ V}$

各支路电流在参考点满足 KCL, 求解正确。

无电阻与之串联的电压源称为无伴电压源。当无伴电压源作为一条支路连接于两个节点之间时, 该支路的电阻为零, 即电导等于无限大, 支路电流不能通过支路电压表示, 按一般公式来列写节点电压方程就会遇到困难。当电路中存在这类支路时, 有几种方法可以处理: 第一种方法是把无伴电压源的电流作为附加变量列入 KCL 方程, 每引入这样的—个变量, 同时也增加了一个节点电压与无伴电压源电压之间的一个约束关系, 成为节点电压法中的约束方程。把这些约束方程和节点电压方程合并成一组联立方程, 其方程数仍将与变量数相同。第二种方法是将连接无伴电压源的两个节点的节点电压方程合为一个, 即取一个包含这两节点的封闭面来写 KCL 方程, 此时, 整个电路的独立 KCL 方程就少了一个, 同时还应添加节点电压与无伴电压源的约束方程。

例 3-3 如图 3-11 所示电路中, u_{s1} 为无伴电压源的电压。试列出此电路的节点电压方程。

解 设无伴电压源支路的电流为 i , 电路的节点电压方程为

$$\begin{aligned} (G_1 + G_3)u_{n1} - G_3u_{n2} - i &= 0 \\ -G_3u_{n1} + (G_2 + G_3)u_{n2} &= i_{s2} \end{aligned}$$

补充的约束方程为

$$u_{n1} = u_{s1}$$

由上列三个方程, 可以联立解得 u_{n1} 、 u_{n2} 和 i 。

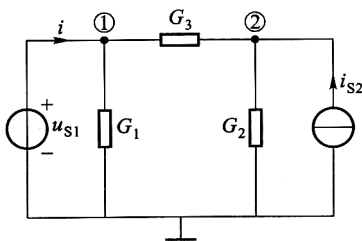


图 3-11 例 3-3 的图

这种方法实际上采用了混合变量, 除了节点电压外, 还把无伴电压源支路的电流作为变量。如果应用第二种处理方法, 则舍弃上列三个方程中的第一个方程, 而对第二、第三个方程联立求解 u_{n2} 。

如果电路中存在受控电流源, 在建立节点电压方程时, 先把控制量用节点电压表示, 并暂时把它当作独立电流源, 先列出节点电压方程, 再把用节点电压表示的受控电流源电流项移到方程的左边之后进行求解。如果当电路中存在有伴受控电压源时, 可先把控制量用有关节点电压表示后再变换为等效受控电流源来处理; 如果当电路中存在无伴受控电压源, 可参照无伴独立电压源的处理方法。

例 3-4 如图 3-12 所示电路中独立源与 CCVS 都是无伴电压源。试列出其节点电压方程。

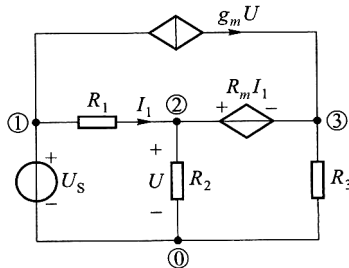


图 3-12 例 3-4 的图

解 选择参考节点及标明独立节点,节点电压分别为 U_{n1} 、 U_{n2} 、 U_{n3} 独立电压源一端为参考节点,节点电压已知,故对节点①不列方程;对 CCVS 两端作包含节点②与③的封闭面 S,对 S 列 KCL 方程为

$$\frac{U_{n2} - U_{n1}}{R_1} + \frac{U_{n2}}{R_2} - g_m U + \frac{U_{n3}}{R_3} = 0$$

附加约束方程

$$\begin{aligned} U_{n1} &= U_s \\ U_{n2} - U_{n3} &= R_m I_1 \end{aligned}$$

其中,控制量 U 与 I_1 可以节点电压来表示,即

$$\begin{aligned} U &= U_{n2} \\ I_1 &= \frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_1} \end{aligned}$$

经整理,三个变量方程组为

$$\begin{cases} -\frac{1}{R_1}U_{n1} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - g_m\right)U_{n2} + \frac{1}{R_3}U_{n3} = 0 \\ U_{n1} = U_s \\ -\frac{R_m}{R_1}U_{n1} + \left(1 + \frac{R_m}{R_1}\right)U_{n2} - U_{n3} = 0 \end{cases}$$

节点电压法的步骤总结如下。

(1) 选定一个参考节点,电路中其余各节点与该参考节点间的电位差即为节点电压。在通常情况下,参考节点被视为各个节点电压的负端。

(2) 根据一般式(3-11)建立节点电压方程,需要注意的是自导纳总是取正值,而互导纳则应取负值,同时要注意在列出各节点注入电流时,需正确使用“+”“-”标记。

(3) 在处理含有受控源或独立电压源的电路时,需要采取特殊方法进行分析。

第四节 网孔电流法

在网孔电流法中,以网孔电流作为电路的独立变量,列出网孔 KVL 方程并求解。它仅适用于平面电路,如图 3-13(a)所示为电路说明,如图 3-13(b)所示是支路电路的图,该电路共有 3 条支路,给定的支路编号和参考方向如图 3-13 所示。

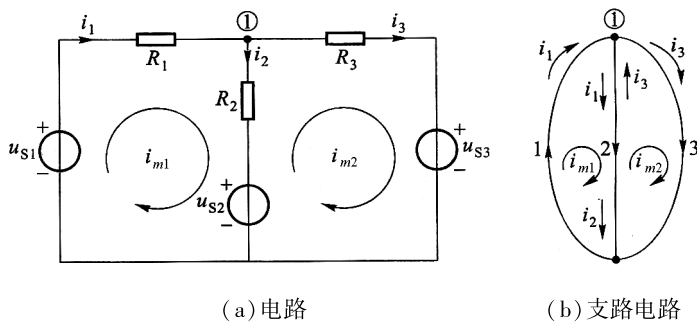


图 3-13 网孔电流法