大学物理·上册

类目：公共基础课
书名：大学物理·上册
主编：徐高平 魏健宁 常章用
出版社：电子科大出版社
开本：大 16 开
书号：978-7-5770-0609-3
使用层次：通用
出版时间：2023 年 12 月
定价：49.80 元
印刷方式：双色
是否有资源：是

策划编辑：万晓桐　李燕芩
责任编辑：唐祖琴
封面设计：旗语书装

大学物理·上册

公共基础课创新教材

大学物理·上册

主编◎徐高平　魏健宁　常章用

公共基础课创新教材

大学物理·上册

主编◎徐高平　魏健宁　常章用

扫描二维码
关注更多教辅信息

ISBN 978-7-5770-0609-3
定价：49.80元

电子科技大学出版社

电子科技大学出版社
University of Electronic Science and Technology of China Press

公共基础课创新教材

大学物理

上册

主　编 ◎ 徐高平　魏健宁　常章用

副主编 ◎ 潮兴兵　孙光厚　杨锋涛　穆亚荣

参　编 ◎ 肖志刚　文林芳　侯翠岭　王庆凯　张玉霞　查一昆　刘志强

电子科技大学出版社

University of Electronic Science and Technology of China Press

· 成都 ·

图书在版编目（CIP）数据

大学物理. 上册 / 徐高平，魏健宁，常章用主编
. — 成都：电子科技大学出版社，2023. 12
ISBN 978-7-5770-0609-3

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①徐… ②魏… ③常… Ⅲ. ①物理学-高等学校-教材 Ⅳ. ①O4

中国国家版本馆 CIP 数据核字（2023）第 192487 号

大学物理·上册
DAXUE WULI · SHANGCE
徐高平　魏健宁　常章用　主编

策划编辑　万晓桐　李燕芩
责任编辑　唐祖琴
责任校对　龙　敏
责任印制　梁　硕

出版发行　电子科技大学出版社
　　　　　成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦九楼　邮编　610051
主　　页　www. uestcp. com. cn
服务电话　028-83203399
邮购电话　028-83201495

印　　刷　涿州汇美亿浓印刷有限公司
成品尺寸　210mm×285mm
印　　张　15. 5
字　　数　394 千字
版　　次　2023 年 12 月第 1 版
印　　次　2023 年 12 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5770-0609-3
定　　价　49. 80 元

前言

党的二十大报告提出，“加强基础学科、新兴学科、交叉学科建设，加快建设中国特色、世界一流的大学和优势学科”。物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式和相互作用的科学，是自然科学的一门基础学科。物理学的基本理论不仅渗透在自然科学的各个领域，而且应用于生产技术的许多部门，是其他自然科学和工程技术的基础。

以物理学基础为内容的大学物理课程，是高等学校理、工、农、医学等各类专业学生一门重要的通识性必修基础课。该课程所教授的基本概念、基本理论和基本方法，是构成学生科学素养的重要组成部分，也是科学工作者和工程技术人员所必备的知识。

本书是编者依据多年的教学实践，参照教育部颁布的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》，同时借鉴了国内外优秀大学物理教材编写而成的。在编写过程中，编者力求内容尽量全面地涵盖大学生应掌握和了解的大学物理知识，保证基本要求中 A 类知识点的广度和深度，对 B 类知识点弱化处理，力求表述简明扼要；同时，突出物理思想和物理图像，使行文思路清晰，降低数学要求（避免复杂数学推导和运算）。鉴于目前高校课程改革和压缩课时的形势，编写中尽量删减了可有可无的内容，以压缩篇幅，精简内容。

全书分为上、下册两册出版，上册包括第 1 篇力学，第 2 篇电磁学；下册包括第 3 篇热学，第 4 篇机械振动和机械波，第 5 篇波动光学，第 6 篇近代物理学。书中每章之后的阅读材料可供学生选读，凡冠有 * 的章节可供教师根据课时数和专业的需要选讲。

在编写本书的过程中，编者得到了所在单位领导的大力支持。同时，编者还参阅和引用了国内外众多同类教材的有关资料，获益良多，在此一并表示诚挚的谢意。

由于编者才疏学浅，书中难免存在错漏和不足之处，衷心希望广大读者提出宝贵意见。

编　者

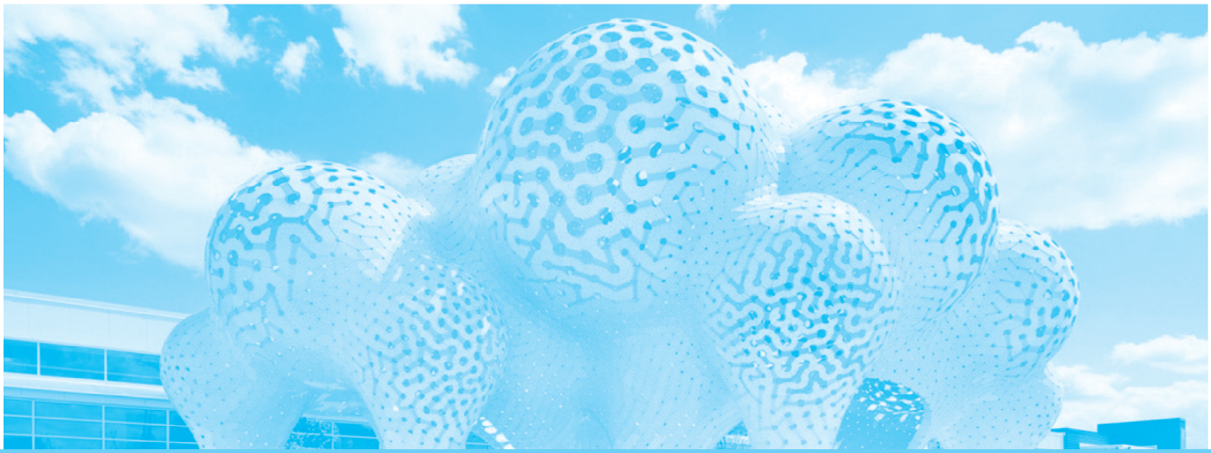
2023 年 9 月

目　录

CONTENTS

第 1 篇　力　学

第2篇　电磁学



第 1 篇　力　学

自然界的一切物质都处于永恒的运动之中。物质的运动形式是多重的，其中，最普遍而又最基本的一种运动形式是一个物体相对于另一个物体（或一个物体的某一部分相对于另一部分）的空间位置的改变，这种运动形式称为机械运动。力学就是研究物体机械运动和相互作用的学科。由于机械运动的普遍性和基本性，物理学对物质、能量和相互作用的研究就是从力学开始的，所以，力学是整个物理学的基础。

力学是最古老的学科之一，它的发展过程是人类对于机械运动的认识过程。力学知识最早源于人们对自然现象的观察和生产劳动中的经验。古希腊最伟大的科学家之一亚里士多德，17 岁时就跟大哲学家柏拉图学习，当过教师，对物理和数学等多学科进行过深入研究。可以说，他是古希腊各种知识集大成者。继亚里士多德之后，在物理学方面取得突出成就的要数阿基米德。阿基米德对杠杆平衡、物体重心位置、物体在水中受到的浮力等做了系统研究，确定了它们的基本规律，初步奠定了静力学即平衡理论的基础。而早在我国春秋战国时期，以《墨经》为代表作的墨家，就总结了大量力学知识，如时间与空间的联系、运动的相对性、力的概念、杠杆平衡、斜面的应用以及滚动和惯性等现象的描述，涉及力学的许多方面。

16 世纪以后，由于航海、战争和工业生产的需要，在欧洲，力学的研究得到了快速的发展。近代物理学的奠基人伽利略，坚持在实验研究和理论分析的基础上对力学开展了广泛研究，得出了自由落体运动的规律，提出了加速度的概念。牛顿提出物体运动三定律，从而奠定了经典力学的基础。牛顿运动定律的建立也标志着力学开始成为一门独立学科。

到 18 世纪，经典力学已经相当成熟，成了自然科学中的主导和领先学科。但 20 世纪初，人们发现经典力学在解决宏观高速运动和微观低速运动领域有一定局限性，之后，分别建立了相对论和量子力学。

虽然经典力学有一定局限性，但在日常生活中，它是许多工程技术的理论基础，并在广泛的应用过程中得到不断发展。经典力学是物理学，更是自然科学的基础，学好力学对于其他学科的学习是至关重要的。

本篇将重点介绍质点运动学、牛顿运动定律、动量和动量守恒定律、功和能、角动量和角动量守恒定律、刚体的转动等知识。

第 1 章　质点运动学

质点运动学研究作为理想化模型的质点做机械运动时运动状态随时间的变化关系。本章主要内容包括参考系和坐标系、质点及位置矢量、位移、速度、加速度等描述质点运动的物理量，要求理解并掌握它们之间的相互关系，能用高等数学工具求解机械运动中质点的位置、速度和加速度。掌握自然坐标系下曲线运动中物理量的表述形式，了解圆周运动的角量表征，掌握圆周运动的线量与角量之间的关系，并了解相对运动。

1.1　质点运动的描述

1.1.1　参考系和坐标系

1. 参考系

自然界中所有的物体都在不停地运动，绝对静止不动的物体是不存在的。在观察一个物体的位置及位置变化时，总要选定其他物体作为参考物体，然后把研究对象与参考物体进行比较，从而确定研究对象的运动形式。选择不同的物体作为参考物体，对研究对象的运动描述也就不同。被选作参考的物体称为参考物，通常也称为“参考系”。

2. 坐标系

定量地研究物体的运动，必须选择一个与参考系相对静止的坐标系，如图 1-1 所示。坐标系是参考系的数学表示。有了坐标系就可以定量研究物体的运动规律。常见的坐标系有直角坐标系（笛卡儿坐标系）、自然坐标系、极坐标系、球坐标系、柱坐标系等。在研究物体的运动规律时，要根据具体问题处理方便与否选择相应的坐标系。

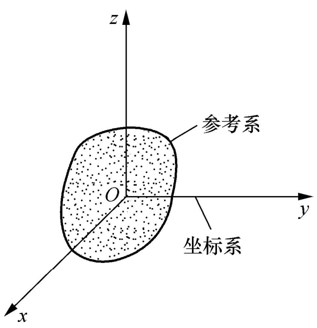


图 1-1　参考系与坐标系

1.1.2　质点

任何物体都有一定的大小、形状，要描述物体的运动，需要考虑物体各个部位的运动形式，十分复杂。在物理学中，为了研究问题方便，如果物体的大小和形状在研究的问

题中不起作用或作用不明显，那么可以忽略物体的大小和形状，而把它看作一个具有质量、占据空间位置的几何点，把这样的物体称为质点。

说明：(1) 质点是一种理想模型，而不是真实存在的。

(2) 质点突出了物体的两个基本性质：具有质量，占有位置。

(3) 物体能否被视为质点是有条件的、相对的。例如，在研究地球公转时，可将地球看作质点；而在研究地球自转时，则不能将其看作质点。

1.1.3 表征质点运动的物理量

1. 位置矢量的概述

(1) 位置矢量

由坐标原点到某时刻质点所在位置的矢量称为质点在该时刻的位置矢量(简称位矢或径矢)，用 $\vec{r}$ 来表示，大小为 $|\vec{r}|$，方向为 O 点指向 P 点。如图 1-2 所示，在直角坐标系中，某时刻质点所在的位置坐标为 (x,y,z)，则位矢 $\vec{r}$ 可以表示为

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \tag{1-1}$$

其中，$\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 分别表示 x,y,z 方向的单位矢量。

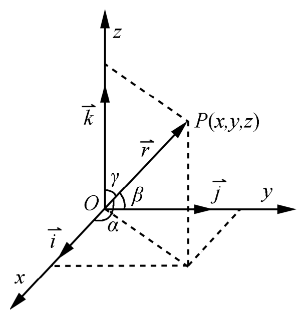


图 1-2　位置矢量

位置矢量大小

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

其方向由方向余弦表示

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \cos\beta = \frac{y}{r}, \cos\gamma = \frac{z}{r} \tag{1-3}$$

在国际单位制中，位矢的单位为米(m)。

(2) 运动方程

当质点运动时，其位置矢量随时间变化。位置与时间的函数关系，称为运动方程。当位矢 $\vec{r}$ 随时间变化时，由式(1-1) 可以得到运动方程的矢量式为

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \tag{1-4}$$

或写成标量式

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \tag{1-5}$$

上面两种形式是等价的，在计算时要根据具体问题采用不同的形式，同时还要注意两种形式之间的变换。

(3) 轨迹方程

从式(1-5) 中消掉 t，得出质点运动时其空间位置坐标 x,y,z 之间的关系式，即质点运动的轨迹方程。

2. 位移

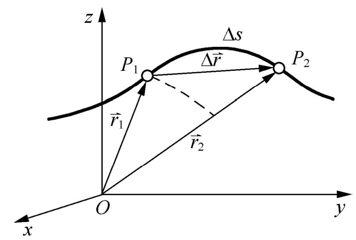


图 1-3　位移

如图 1-3 所示，设 t 和 $t+\Delta t$ 时刻质点 P_1、P_2 的位置矢量分别为 $\vec{r}_1$、$\vec{r}_2$，则 Δt 时间间隔内位置矢量变化为

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1 \tag{1-6}$$

称 $\Delta\vec{r}$ 为 t 到 $t+\Delta t$ 时间间隔内质点的位移。

在直角坐标系中，P_1 和 P_2 的坐标分别为 (x_1,y_1,z_1) 和 (x_2,y_2,z_2)，则位移可以表示为

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}+(z_2-z_1)\vec{k} \tag{1-7}$$

大小为

$$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

说明：(1) 比较 $\Delta\vec{r}$ 与 $\vec{r}$：二者均为矢量；前者是过程量，后者为瞬时量。

(2) 比较 $\Delta\vec{r}$ 与路程 $\Delta s(\overset{\frown}{P_1P_2})$：二者均为过程量；前者是矢量，后者是标量。一般情况下，$|\Delta\vec{r}|\neq\Delta s$；当 $\Delta t\to 0$ 或质点做单向直线运动时，$|\Delta\vec{r}|=\Delta s$。

3. 速度

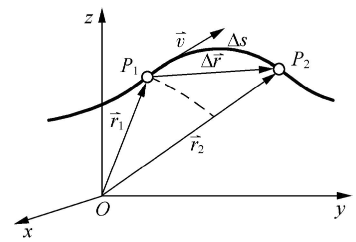


图 1-4　速度

为了更准确地反映质点的运动状态，引进速度描述质点运动的快慢及方向。在研究速度时，通常考虑平均速度和瞬时速度。

(1) 平均速度

如图 1-4 所示，将质点在 $t\to t+\Delta t$ 时间间隔内的位移 $\Delta\vec{r}$ 与时间间隔 Δt 的比值称为在这段时间间隔内质点的平均速度，表示为

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

说明：平均速度只是对质点在时间 Δt 内位移随时间变化情况的粗略描述，不能反映质点在某一时刻运动快慢与方向的细微变化。

(2) 瞬时速度

为了反映质点在某一时刻运动的快慢与方向，引入瞬时速度(简称“速度”)。当 $\Delta t\to 0$ 时，平均速度的极限值称为瞬时速度，表示为

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\bar{\vec{v}}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

在直角坐标系中

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k} \tag{1-9}$$

$\vec{v}$ 的大小

$$|\vec{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2}=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

方向由其方向余弦表示。

在国际单位制中，速度的单位为米/秒(m/s)。

4. 加速度

质点沿某一轨迹运动时，其速度会随时间发生变化。为了描述质点速度的变化，引入加速度的概念。

(1) 平均加速度

质点在 $t \to t+\Delta t$ 时间间隔内的速度增量 $\Delta\vec{v}$ 与时间间隔 Δt 的比值称为 $t \to t+\Delta t$ 时间间隔内质点的平均加速度，即

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} \tag{1-10}$$

(2) 瞬时加速度

为了反映质点在某一时刻运动速度的变化，引入瞬时加速度(简称"加速度")。当 $\Delta t \to 0$ 时，平均加速度的极限值称为瞬时加速度，表示为

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\bar{\vec{a}} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-11}$$

在直角坐标系中

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$\vec{a}$ 的大小

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}$$

方向由其方向余弦表示。

说明：瞬时加速度精确地描述了质点在某一时刻速度随时间的变化情况，$\vec{a}$ 的方向是 $\Delta t \to 0$ 时 $\Delta\vec{v}$ 的极限方向，而加速度的数值是 $\left|\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right|$ 的极限值。

在国际单位制中，加速度的单位是米/秒^2($\mathrm{m/s^2}$)。

1.1.4 运动学的两类问题

在运动学中经常遇到两类问题：一类是已知运动方程求解速度和加速度，另一类是已知速度或加速度及初始条件求解运动方程。

运动学中的两类问题的解决，分别采用了高等数学中的微分和积分。

1. 第一类问题 —— 已知运动方程求解速度和加速度

当位矢 $\vec{r}$ 随时间变化时，由式(1-8)得

$$\vec{v}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{r}(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-12}$$

由式(1-11)得

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}(t)}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-13}$$

即把 $\vec{v}(t)$ 和 $\vec{r}(t)$ 对时间分别求一阶导数和二阶导数。

2. 第二类问题——已知速度或加速度及初始条件求解运动方程

由式(1-12)和式(1-13)，得

$$\vec{r}(t)=\vec{r}_0+\int_0^t\vec{v}(t)\mathrm{d}t \tag{1-14}$$

$$\vec{v}(t)=\vec{v}_0+\int_0^t\vec{a}(t)\mathrm{d}t \tag{1-15}$$

即利用初始条件将 $\vec{v}(t)$ 和 $\vec{a}(t)$ 对时间进行积分。

例 1-1　一质点在 xOy 平面内运动，运动方程为$\begin{cases}x=t\\y=2t^2+4\end{cases}$[SI]，求：

(1) 质点的轨迹方程；

(2) $t=5$ s 时质点的位置、速度和加速度。

解　(1) 根据质点的运动方程，消去参数 t，可得轨迹方程为 $y=2x^2+4$。

(2) 运动方程有两种形式，由题目给出的标量形式：$\begin{cases}x=t,\\y=2t^2+4,\end{cases}$ 可以得到运动方程的矢量式

$$\vec{r}=t\vec{i}+(2t^2+4)\vec{j}\,(\mathrm{m}) \tag{①}$$

根据式(1-8)，有

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\vec{i}+4t\vec{j}\,(\mathrm{m/s}) \tag{②}$$

根据式(1-11)，有

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=4\vec{j}\,(\mathrm{m/s^2}) \tag{③}$$

把 $t=5$ s 代入式①、式②、式③，有

$$\vec{r}=5\vec{i}+54\vec{j}\,(\mathrm{m}),\vec{v}=\vec{i}+20\vec{j}\,(\mathrm{m/s}),\vec{a}=4\vec{j}\,(\mathrm{m/s^2})$$

解决这种问题通常的方法是先求导再代入具体时间。

例 1-2　一质点具有恒定的加速度 $\vec{a}=6\vec{i}+4\vec{j}\,(\mathrm{m/s^2})$，在 $t=0$ 时，其速度为零，位置矢量 $\vec{r}_0=10\vec{i}+5\vec{j}\,(\mathrm{m})$。求质点在 $t=2$ s 时刻的速度和位置矢量。

解　根据式(1-15)，有

$$\vec{v}=\vec{v}_0+\int_0^t\vec{a}\mathrm{d}t=\int_0^t(6\vec{i}+4\vec{j})\mathrm{d}t=6t\vec{i}+4t\vec{j}\,(\mathrm{m/s}) \tag{①}$$

根据式(1-14)，有

$$\vec{r}=\vec{r}_0+\int_0^t\vec{v}\mathrm{d}t=10\vec{i}+5\vec{j}+\int_0^t(6t\vec{i}+4t\vec{j})\mathrm{d}t=(3t^2+10)\vec{i}+(2t^2+5)\vec{j}\,(\mathrm{m}) \tag{②}$$

把 $t=2$ s 代入式①、式②，有

$$\vec{v}=12\vec{i}+8\vec{j}\,(\mathrm{m/s}),\vec{r}=22\vec{i}+13\vec{j}\,(\mathrm{m})$$

1.2 曲线运动

1.2.1 自然坐标系

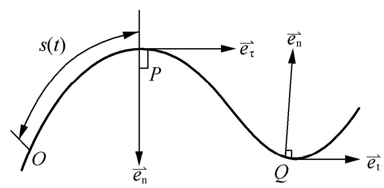


图 1-5　自然坐标系

建立自然坐标系的前提是：① 质点做平面运动；② 运动轨迹已知。如图 1-5 所示，在质点运动轨迹上取 O 点作为自然坐标系原点，t 时刻质点所在位置 P 点与 O 点间轨迹的长度 $\overset{\frown}{OP}$ 来确定质点的位置，用 s 表示，即质点的空间位置由 s 确定。

$$s=s(t) \tag{1-16}$$

在 P 点建立相互垂直的坐标轴，一个沿轨迹的切向指向质点前进方向，其单位矢量用 $\vec{e}_\tau$ 表示；另一个沿轨迹法向（指向轨迹凹侧），其单位矢量用 $\vec{e}_n$ 表示，这样自然坐标系就建立起来了。若要研究质点的运动特征，可以用 $s=s(t)$ 随时间的变化情况来研究其速度和加速度。自然坐标系在确定曲线运动中质点的位置、路程、速度和加速度方面比直角坐标系更加灵活。

例如，在描述路程时，当质点经过 Δt 从 P 点到 Q 点时，Δt 时间内质点的运动路程为

$$\Delta s=s(t+\Delta t)-s(t)$$

质点处于 P 点的速率

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-17}$$

考虑到 $|\mathrm{d}\vec{r}|=\mathrm{d}s$，$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{|\mathrm{d}\vec{r}|}{\mathrm{d}t}=\left|\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right|=|\vec{v}|$，则在自然坐标系中，质点的速度可表示为

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}\vec{e}_\tau=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau \tag{1-18}$$

由加速度的定义，有

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v\vec{e}_\tau)=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau+v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_\tau}{\mathrm{d}t} \tag{1-19}$$

其中，$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau$ 称为切向加速度 $\vec{a}_\tau$，即

$$\vec{a}_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau=\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}\vec{e}_\tau \tag{1-20}$$

其大小表示质点速率（速度的大小）随时间的变化率，方向沿自然坐标系的切向。

下面借助几何方法来分析 $\frac{\mathrm{d}\vec{e}_\tau}{\mathrm{d}t}$。如图 1-6(a) 所示，当时间间隔 Δt 足够小时，路程 Δs 可以看作半径为 ρ 的一段圆弧。设 t 时刻质点在 P 点，切向单位矢量为 $\vec{e}_\tau(t)$，$t+\Delta t$ 时刻质点运动到 Q 点，切向单位矢

量为 $\vec{e}_\tau(t+\Delta t)$，则 $\Delta\vec{e}_\tau=\vec{e}_\tau(t+\Delta t)-\vec{e}_\tau(t)$。当 $\Delta t\to 0$，Q 点趋近 P 点时，由图 1-6(b) 可见，$|\Delta\vec{e}_\tau|=|\vec{e}_\tau|\Delta\theta$，因为 $|\vec{e}_\tau|=1$，所以 $|\Delta\vec{e}_\tau|=\Delta\theta$；又因为 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\theta$ 越来越小，$\Delta\vec{e}_\tau(t)$ 的方向趋近于与 $\vec{e}_\tau(t)$ 垂直的方向，即 $\vec{e}_n$ 方向，所以

$$\frac{\mathrm{d}\vec{e}_\tau}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{e}_\tau}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\vec{e}_n \tag{1-21}$$

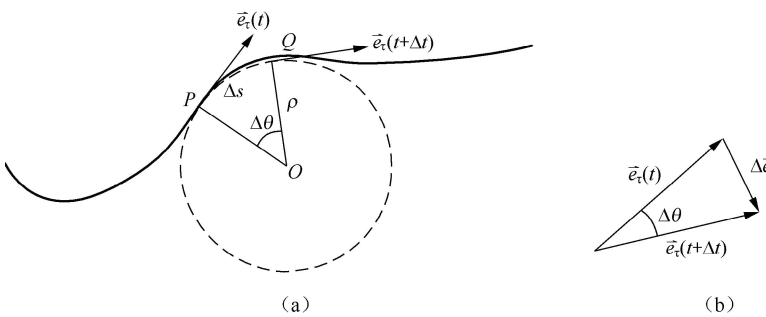


图 1-6　自然坐标系中的 $\vec{a}_\tau$ 和 $\vec{a}_n$

由图 1-6(a) 有 $\Delta\theta=\dfrac{\Delta s}{\rho}$，代入式(1-21)，有

$$\frac{\mathrm{d}\vec{e}_\tau}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\rho\Delta t}\vec{e}_n=\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_n=\frac{v}{\rho}\vec{e}_n$$

则式(1-19) 右边第二项的方向沿 $\vec{e}_n$ 方向，与第一项切向加速度垂直，称为法向加速度，记为 $\vec{a}_n$，则

$$\vec{a}_n=v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_\tau}{\mathrm{d}t}=\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n \tag{1-22}$$

则有加速度

$$\vec{a}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n \tag{1-23}$$

加速度的大小

$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2} \tag{1-24}$$

加速度方向与切线方向的夹角 $\alpha=\arctan\dfrac{a_n}{a_\tau}$。

可见，$\vec{a}_\tau$ 表示速度大小的变化，$\vec{a}_n$ 表示速度方向的变化。

1.2.2　圆周运动

如图 1-7 所示，质点沿固定圆轨道的运动叫作圆周运动。它是曲线运动的一个重要特例，对定轴转动规律的研究有重要意义。

1. 自然坐标系中对圆周运动的描述

自然坐标系中圆周运动的速度和加速度可分别表示为

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau \tag{1-25}$$

$$\vec{a}=\vec{a}_{\tau}+\vec{a}_{n}=a_{\tau}\vec{e}_{\tau}+a_{n}\vec{e}_{n}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{\tau}+\frac{v^{2}}{r}\vec{e}_{n} \tag{1-26}$$

2. 圆周运动的角量描述

(1) 角位置和角位移

如图 1-8 所示，t 时刻质点在 A 处，$t+\Delta t$ 时刻质点在 B 处，θ 是 OA 与 x 轴正向夹角，$\theta+\Delta\theta$ 是 OB 与 x 轴正向夹角，θ 被称为 t 时刻质点的角位置，$\Delta\theta$ 为 $t\to t+\Delta t$ 时间间隔内角位置的增量，被称为在该时间间隔内的角位移。

在国际单位制中，角位置的单位为弧度(rad)。

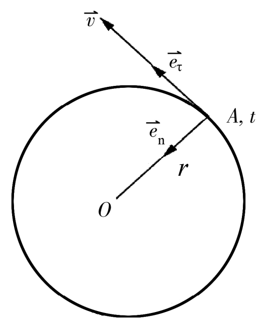


图 1-7　圆周运动

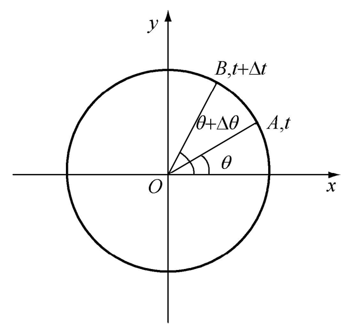


图 1-8　角位置和角位移

(2) 角速度

为了描述质点做圆周运动角位置的变化，引进角速度，用 $\vec{\omega}$ 来表示，其大小为

$$\omega=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1-27}$$

角速度的大小等于角位置对时间的一阶导数。角速度是矢量，它的方向用右手定则来确定：让右手的四指顺着转动的方向，大拇指的指向即为角速度 $\vec{\omega}$ 的方向。

在国际单位制中，角速度的单位为弧度 / 秒(rad/s)。

(3) 角加速度

为了描述角速度的变化，引入角加速度，用 $\vec{\beta}$ 表示。某时刻的角加速度可以表示为角速度随时间的变化率，即

$$\vec{\beta}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} \tag{1-28}$$

角加速度等于角速度对时间的一阶导数。角加速度是矢量，方向沿 $\mathrm{d}\vec{\omega}$ 方向。当 ω 增大时，$\vec{\beta}$ 和 $\vec{\omega}$ 方向相同；当 ω 减小时，$\vec{\beta}$ 和 $\vec{\omega}$ 方向相反。

在国际单位制中，角加速度的单位为弧度/秒^2(rad/s^2)。

(4) 线量与角量的关系

把物理量 $\vec{v}$，$\vec{a}$，$\vec{a}_{\tau}$，$\vec{a}_{n}$ 等称为线量，$\vec{\omega}$，$\vec{\beta}$ 等称为角量。

①v 与 ω 的关系

如图 1-9 所示，当 $\mathrm{d}t\to 0$ 时，$|\mathrm{d}\vec{r}|=\mathrm{d}s=r\mathrm{d}\theta$。于是有

$$v = \frac{|\mathrm{d}\vec{r}|}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = r\omega \tag{1-29}$$

② 加速度 $\vec{a}$ 与 β 的关系

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_\mathrm{n} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau + \frac{v^2}{r}\vec{e}_\mathrm{n} = \frac{\mathrm{d}(\omega r)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau + \frac{(\omega r)^2}{r}\vec{e}_\mathrm{n} = \beta r\vec{e}_\tau + \omega^2 r\vec{e}_\mathrm{n} \tag{1-30}$$

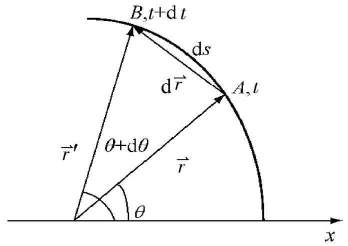


图 1-9　角量与线量的关系

3. 匀速圆周运动和匀变速圆周运动

(1) 匀速圆周运动

由于角速度大小 ω 为常数，因此切向加速度 $\vec{a}_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau = 0$，即 $\vec{a} = \vec{a}_\mathrm{n}$。若已知初始条件 $t=0$，$\theta=\theta_0$，则根据 $\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$，可得

$$\theta = \theta_0 + \omega t \tag{1-31}$$

在解题时经常遇到匀速圆周运动，所以对此运动不但要直观掌握，更要灵活运用。

(2) 匀变速圆周运动

角加速度大小 β 恒定，给定初始条件：$t=0$ 时，$\theta=\theta_0$，$\omega=\omega_0$。根据公式 $\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ 和 $\beta = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$，可以得到匀变速圆周运动的下面三个公式：

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \beta t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2 \\ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\beta(\theta - \theta_0) \end{cases} \tag{1-32}$$

1.2.3　一般曲线运动

常见的曲线运动归纳如下：

$$\text{曲线运动}\begin{cases} \text{圆周运动}\begin{cases} \text{加速圆周运动} \\ \text{减速圆周运动} \\ \text{匀速圆周运动} \end{cases} \\ \text{抛体运动}\begin{cases} \text{竖直上(下)抛} \\ \text{平抛} \\ \text{斜上(下)抛} \end{cases} \end{cases}$$

一般曲线运动问题的处理，要根据具体问题要求选择合适的坐标系，给出相应的运动量的关系，并进行求解。

例 1-3　如图 1-10 所示，一质点做斜上抛运动，初速率为 v_0，仰角为 α，求质点运动轨道在起点 P_1 和顶点 P_2 的曲率半径。

解　根据曲线运动中法向加速度公式(1-22)，可以知道法向加速度和曲率半径有关。在抛出点处

$$a_\mathrm{n} = g\cos\alpha$$

所以
$$g\cos\alpha=\frac{v_0^2}{\rho_1}$$
即抛出点 P_1 的曲率半径
$$\rho_1=\frac{v_0^2}{g\cos\alpha}$$
在最高点 P_2 法向加速度的大小为 g，根据式(1-22)可知
$$g=\frac{v_0^2\cos^2\alpha}{\rho_2}$$
即
$$\rho_2=\frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}$$

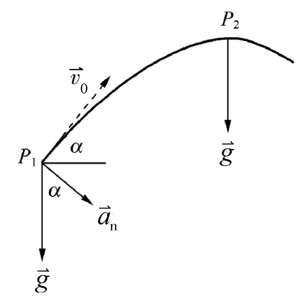


图 1-10　例 1-3 用图

例 1-4　一质点做半径为 R 的圆周运动，运动方程为 $s=v_0t-\frac{1}{2}bt^2$，其中 v_0，b 都是常量。求：

(1) t 时刻质点的加速度大小及方向；

(2) 在何时加速度大小等于 b；

(3) 加速度大小等于 b 时，质点沿圆周运行的圈数。

解　(1) 根据自然坐标系下的速率公式，有
$$v=\frac{ds}{dt}=v_0-bt$$
可得
$$\frac{dv}{dt}=-b$$
根据圆周运动的加速度公式，有
$$\vec{a}=\frac{dv}{dt}\vec{e}_\tau+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n=-b\vec{e}_\tau+\frac{(v_0-bt)^2}{R}\vec{e}_n$$
则加速度大小可以表示为
$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}=\sqrt{b^2+\left[\frac{(v_0-bt)^2}{R}\right]^2}\qquad ①$$
其方向与切向的夹角为
$$\theta=\arctan\left[-\frac{(v_0-bt)^2}{bR}\right]$$
(2) 当 $a=b$ 时，由式 ① 可得
$$t=\frac{v_0}{b}$$
(3) 当 $a=b$ 时，把 $t=\frac{v_0}{b}$ 代入 $s=v_0t-\frac{1}{2}bt^2$，可得 $s=\frac{v_0^2}{2b}$，则运行的圈数
$$N=\frac{s}{2\pi R}=\frac{v_0^2}{4\pi bR}$$

1.3 相对运动

在不同参考系下描述同一物体的运动，其描述的规律通常是不同的。相对运动就是要研究在不同参考系下描述同一个物体运动规律的内在联系，以便清晰地掌握不同坐标系下的速度、加速度之间的关系。

习惯上，把相对观察者静止的参考系称为静参考系，把相对观察者运动的参考系称为动参考系。

把研究对象相对于动参考系的运动称为相对运动，对应的速度称为相对速度；把研究对象相对于静参考系的运动称为绝对运动，相应的速度称为绝对速度；把动参考系相对于静参考系的运动称为牵连运动，相应的速度称为牵连速度。

如图 1-11 所示，有两个参考系 M 和 N，两坐标系相应的坐标轴平行，N 为静参考系，M 为动参考系，M 参考系相对 N 参考系以速度 $\vec{u}$ 运动。一质点处于空间 P 点位置，该质点相对于 M 和 N 参考系中坐标原点的位矢分别为 $\vec{r}_{PM}$ 和 $\vec{r}_{PN}$，动参考系坐标原点 O' 相对静参考系坐标原点 O 的位矢为 $\vec{r}_{OO'}$，则位矢间关系可以表示为

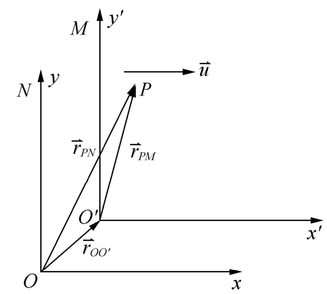


图 1-11　相对运动

$$\vec{r}_{PN}=\vec{r}_{PM}+\vec{r}_{OO'} \tag{1-33}$$

两边对时间求一阶导数，有

$$\frac{\mathrm{d}\vec{r}_{PN}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}_{PM}}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}\vec{r}_{OO'}}{\mathrm{d}t} \tag{1-34}$$

可以表示为绝对速度等于相对速度与牵连速度的矢量和，即

$$\vec{v}_{绝对速度}=\vec{v}'_{相对速度}+\vec{u}_{牵连速度} \tag{1-35}$$

式(1-35)是速度的相对性关系。在研究问题时，首先要确定研究对象，之后再确定静参考系和动参考系，最后才能用式(1-35)。

例 1-5　一个人骑车以 18 km/h 的速率自东向西行进时，看见雨滴垂直落下；当他的速率增加至 36 km/h 时，看见雨滴与他前进的方向成 120° 角落下。求雨滴对地的速度。

解　如图 1-12 所示，为了应用公式

$$\vec{v}_{绝对速度}=\vec{v}'_{相对速度}+\vec{u}_{牵连速度}$$

首先把雨滴作为研究对象，以地面为静参考系，以人或车为动参考系。

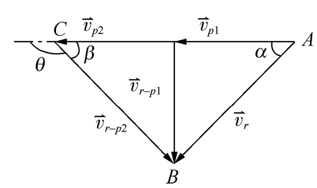


图 1-12　例 1-5 用图

设 $\vec{v}_r$ 为雨滴对地的速度，即为绝对速度；人骑车的速度为人相对地面的速度，即动参考系相对静参考系的速度，即为牵连速度；雨滴对人(车)的速度为相对速度。

设 $\vec{v}_{p1}$，$\vec{v}_{p2}$ 分别为骑车以 18 km/h、36 km/h 的速率行驶时人对地的速度，$\vec{v}_{r-p1}$，$\vec{v}_{r-p2}$ 分别为骑车以 18 km/h、36 km/h 的速率行驶时雨滴对人的速度。由于 $\theta = 120^\circ$，所以由三角形全等知识，可知 $\alpha = \beta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$。

由于 $\triangle ABC$ 为正三角形，则 $v_r = v_{p2} = 36$ km/h，方向竖直向下偏西 30°。

例 1-6 如图 1-13 所示，一汽车在雨中在水平路面上沿直线行驶，下落雨滴的速度方向偏于竖直方向向车后方 θ 角，速率为 v_2。若车后有一长方体物体，问：车速为多大时，此物体刚好不会被雨水淋湿？

解 首先把雨滴作为研究对象，以地面为静参考系，以车为动参考系。

根据式(1-35)有

$$\vec{v}_{雨地} = \vec{v}'_{雨车} + \vec{v}_{车地}$$

如图 1-14(a) 所示，车后物体与车篷之间的最大夹角 $\alpha = \arctan \dfrac{l}{h}$。若 $\theta \geqslant \alpha$，则无论车速多大，物体均不会被雨水淋湿。

若 $\theta < \alpha$，如图 1-14(b) 所示，根据矢量三角形在水平方向的分量形式有

$$\begin{aligned} v_{车地} &= |BC| = |AC| - |AB| \\ &= v_{雨车}\sin\alpha - v_{雨地}\sin\theta = v_{雨地}\cos\theta\tan\alpha - v_{雨地}\sin\theta \end{aligned}$$

又

$$v_{雨地} = v_2$$

则

$$v_{车地} = v_2\left(\frac{l\cos\theta}{h} - \sin\theta\right)$$

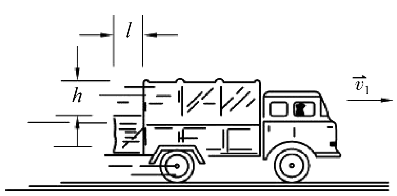


图 1-13 例 1-6 用图

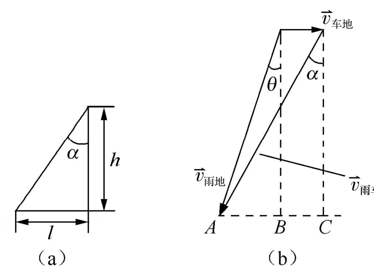


图 1-14 例 1-6 用图

阅读材料一

伽利略

伽利略是 16—17 世纪意大利物理学家、天文学家。伽利略发明了摆钟和温度计，他在科学上为人类做出了巨大贡献，是近代实验科学的奠基人之一。他被誉为“近代力学之父”“现代科学之父”和“现代科学家的第一人”。他在力学领域进行过著名的比萨斜塔重物自由下落实验，推翻了亚里士多德关于“物体落下的速度与重量成正比例”的学说，建立了自由落体定律；还发现物体的惯性定律、摆振动的等时性和抛体运动规律，并确定了伽利略相对性原理。他是利用望远镜观察天体取得大量成果的第一人，这些成果有：月球表面凹凸不平，木星的四个卫星，太阳黑子和太阳的自转，银河由无数恒星组成，以及金星、水星的盈亏现象等。伽利略的科学发现，不只是在物理

学史上，更是在整个科学史上都占有极其重要的地位。他不仅纠正了统治欧洲近两千年的亚里士多德的错误观点，更创立了研究自然科学的新方法。伽利略在总结自己的科学研究方法时说过，“这是第一次为新的方法打开了大门，这种将带来大量奇妙成果的新方法，在未来的年代里，会博得许多人的重视”。后来，惠更斯继续了伽利略的研究工作，导出了单摆的周期公式和向心加速度的数学表达式。牛顿在系统地总结伽利略、惠更斯等人的工作后，得到了万有引力定律和牛顿运动三定律。伽利略留给后人的精神财富是宝贵的。爱因斯坦曾这样评价：“伽利略的发现，以及他所用的科学推理方法，是人类思想史上最伟大的成就之一，而且标志着物理学的真正的开端！”为了纪念伽利略的功绩，人们把木卫一、木卫二、木卫三和木卫四命名为伽利略卫星。

伽利略的主要贡献如下。

1. 望远镜

伽利略在帕多瓦大学工作的18年间，最初把主要精力放在他一直感兴趣的力学研究方面。他发现了物理学上重要的现象——物体运动的惯性；做过有名的斜面实验，总结了物体下落的距离与所经过的时间之间的数量关系；还研究了炮弹的运动，奠定了抛物线理论的基础；加速度这个概念，也是他第一个明确提出的；甚至为了测量病人发烧时体温的升高，这位著名的物理学家还在1593年发明了第一支空气温度计……但是，一个偶然的事件，使伽利略改变了研究方向。他从力学的研究转向了广漠无垠的茫茫太空。

伽利略发明的望远镜，经过不断改进，能把实物的像放大1 000倍。他犹如有了千里眼，可以窥探宇宙的秘密了。

这是天文学研究中具有划时代意义的一次革命。几千年来天文学家单靠肉眼观察日月星辰的时代结束了，代之而起的是光学望远镜。有了这种有力的武器，近代天文学的大门被打开了。

每当星光灿烂或是皓月当空的夜晚，伽利略便把他的望远镜瞄准深邃遥远的苍穹，不顾疲劳和寒冷，夜复一夜地观察着。

过去，人们一直以为月亮是个光滑的天体，像太阳一样自身发光。但是伽利略透过望远镜发现，月亮和我们生存的地球一样，有高峻的山脉，也有低凹的洼地（当时伽利略称它是“海”）。他还通过月亮上亮的部分和暗的部分的移动，发现了月亮自身并不能发光，月亮的光是反射太阳光而来的。

伽利略又把望远镜对准横贯天穹的银河。以前人们一直认为银河是地球上的水蒸气凝成的白雾，亚里士多德就是这样认为的。伽利略决定用望远镜检验这一说法是否正确。他用望远镜对准夜空中雾蒙蒙的光带，不禁大吃一惊，原来那根本不是云雾，而是千千万万颗星星聚集一起。伽利略还观察了天空中的斑斑云彩，即通常所说的星团，发现星团也是很多星体聚集一起，猎户座星团、金牛座的昴星团、蜂巢星团都是如此。

伽利略的望远镜揭开了一个又一个宇宙的秘密。他发现了木星周围环绕着它运动的卫星，还计算了它们的运行周期。我们知道，木星拥有60多颗卫星，伽利略所发现的是其中最大的4颗。除此之外，伽利略还用望远镜观察到太阳的黑子。他通过黑子的移动现象推断，太阳也是在转动的。

一个又一个振奋人心的发现，促使伽利略动笔写了一本天文学发现的书。他要向全世界公布他的观测结果。1610年3月，伽利略的著作《星际使者》在威尼斯出版，并立即在欧洲引起轰动。

但是，这位杰出的科学家没有想到，望远镜揭开的宇宙的秘密触怒了很多人，一场可怕的厄

运即将降临在他的头上。

2. **力学**

伽利略是第一个把实验引进力学的科学家，他利用实验和数学相结合的方法确定了一些重要的力学定律。1582年前后，他经过长久的实验观察和数学推算，得到了摆的等时性定律。在1585年，他因家庭经济困难而辍学。离开比萨大学后，他深入研究古希腊学者欧几里得、阿基米德等人的著作。他根据杠杆原理和浮力原理写出了第一篇论文《天平》。不久，他又写了论文《论重力》，第一次揭示了重力和重心的实质，并给出准确的数学表达式，因此名声大振。与此同时，他对亚里士多德的许多观点提出了疑问。

在1589—1591年，伽利略对落体运动作了细致的观察，从实验和理论上否定了统治千余年的亚里士多德的“落体运动法则”，确立了正确的“自由落体定律”，即在忽略空气阻力条件下，重量不同的球在下落时同时落地，下落的速度与重量无关。根据伽利略晚年的学生V.维维亚尼的记载，落体实验是在比萨斜塔上公开进行的：1589年某一天，伽利略将一个重10磅、一个重1磅的铁球同时抛下，两个铁球几乎同时落地。但伽利略的著作中并未明确说明实验是在比萨斜塔上进行的，因此对此还存在争议。

伽利略对运动基本概念，包括重心、速度、加速度等都做了详尽研究，并给出了严格的数学表达式。加速度概念的提出，在力学史上是一个里程碑。有了加速度的概念，力学中的动力学部分才能建立在科学基础之上。而在伽利略之前，只有静力学部分有定量的描述。

伽利略曾非正式地提出过惯性定律和外力作用下物体的运动规律，这为牛顿正式提出运动第一定律、第二定律奠定了基础。在经典力学的创立上，伽利略可以说是牛顿的先驱。

伽利略还提出过合力定律、抛射体运动规律，并确立了伽利略相对性原理。伽利略在力学方面的贡献是多方面的。这在他晚年写出的力学著作《关于两门新科学的谈话和数学证明》中有详细的描述。在这本不朽著作中，除动力学外，还有不少关于材料力学的内容。例如，他阐述了关于梁的弯曲实验和理论分析，正确地断定梁的抗弯能力和几何尺寸的力学相似关系。他指出，对长度相似的圆柱形梁，抗弯力矩和半径立方成比例。他还分析过受集中载荷的简支梁，正确指出在载荷下最大弯矩与它到两支点的距离之积成比例。伽利略还对梁弯曲理论用于实践所应注意的问题进行了分析，指出工程结构的尺寸不能过大，因为它们会在自身重量作用下被破坏。他根据实验得出，动物形体尺寸减小时，躯体的强度并不按比例减小。他说：“一只小狗也许可以在背上驮两三只同样大小的狗，但我相信一匹马也许连一匹和它同样大小的马也驮不起。”

3. **天文学**

伽利略是利用望远镜观测天体取得大量成果的第一位科学家。这些成果包括：发现月球表面凹凸不平，木星有四个卫星(现称伽利略卫星)，太阳黑子和太阳的自转，金星、木星的盈亏现象以及银河由无数恒星组成等。他用实验证实了哥白尼的“地动说”，彻底否定了统治千余年的亚里士多德和托勒密的“天动说”。

4. **哲学**

伽利略主张用具体的实验来认识自然规律，认为实验是理论知识的源泉。他承认物质的客观性、多样性和宇宙的无限性，这些观点对发展唯物主义的哲学具有重要的意义。但由于历史的局限性，他强调只有可归纳为数量特征的物质属性才是客观存在的。

5. **热学**

最早的温度计是在1593年由意大利科学家伽利略发明的。他的第一支温度计是一根一端敞口的玻璃管,另一端带有核桃大的玻璃泡。使用时先给玻璃泡加热,然后把玻璃管插入水中。随着温度的变化,玻璃管中的水面就会上下移动,根据移动的多少就可以判定温度的变化和温度的高低。温度计有热胀冷缩的作用,所以这种温度计受外界大气压强等环境因素的影响较大,测量误差也较大。后来,伽利略的学生和其他科学家在此基础上进行了反复改进,如把玻璃管倒过来、把液体放在管内、把玻璃管封闭等。

6. **相对论先导**

在发现惯性定律的基础上,伽利略提出了相对性原理:力学规律在所有惯性坐标系中是等价的。力学过程对于静止的惯性系和运动的惯性系是完全相同的。换句话说,在一系统内部所做任何力学的实验都不能确定一惯性系统是处于静止状态还是在做匀速直线运动。伽利略在《对话》中写道:“当你在密闭的运动着的船舱里观察力学过程时,只要运动是匀速的,决不忽左忽右摆动,你将发现,所有上述现象丝毫没有变化,你也无法从其中任何一个现象来确定,船是在运动还是停着不动。即使船运动得相当快,在跳跃时,你将和以前一样,在船底板上跳过相同的距离,你跳向船尾也不会比跳向船头来得远,虽然你跳到空中时,脚下的船底板向着你跳的相反方向移动。你把东西扔给你的同伴时,不论他是在船头还是在船尾,只要你自己站在对面,你也并不需要用更多的力。水滴将像先前一样,垂直滴进下面的罐子,一滴也不会滴向船尾,虽然水滴在空中时,船已行驶了一段距离。鱼在水中游向水碗前部所用的力,不比游向水碗后部来得大;它们一样悠闲地游向放在水碗边缘任何地方的食饵。最后,蝴蝶和苍蝇将继续随便地到处飞行,它们也决不会向船尾集中,并不因为它们可能长时间留在空中,脱离了船的运动,为赶上船的运动显出累的样子。如果点香冒烟,则将看到烟像一朵云一样向上升起,不向任何一边移动。所有这些一致的现象,其原因在于船的运动是船上一切事物所共有的,也是空气所共有的。”相对性原理是伽利略为了答复“地心说”对哥白尼体系的责难而提出的。这个原理的意义远不止于此。它第一次提出惯性参照系的概念,这一原理被爱因斯坦称为伽利略相对性原理,是狭义相对论的先导。

习 题

1-1 一质点在 xOy 平面上运动,某瞬时运动到位置 $\vec{r}$ 处,其速度为( )。

(A) $\mathrm{d}\vec{r}/\mathrm{d}t$ (B) $\mathrm{d}|\vec{r}|/\mathrm{d}t$ (C) $\mathrm{d}r/\mathrm{d}t$ (D) $|\mathrm{d}\vec{r}|/\mathrm{d}t$

1-2 一质点在平面上运动,已知质点位置矢量的表达式为 $\vec{r}=at^2\vec{i}+bt^2\vec{j}$(其中 a,b 为常量),则该质点做( )。

(A) 匀速直线运动　　(B) 变速直线运动

(C) 抛物线运动　　(D) 一般曲线运动

1-3　下列说法中，正确的是(　　)。

(A) 做曲线运动的物体，必有切向加速度　　(B) 做曲线运动的物体，必有法向加速度

(C) 具有加速度的物体，其速率必随时间改变　　(D) 物体做匀速率运动，其总加速度必为零

1-4　一个质点在做匀速圆周运动时(　　)。

(A) 切向加速度改变，法向加速度也改变　　(B) 切向加速度不变，法向加速度改变

(C) 切向加速度不变，法向加速度也不变　　(D) 切向加速度改变，法向加速度不变

1-5　质点做曲线运动，$\vec{r}$ 表示位置矢量，s 表示路程，a_τ 表示切向加速度，下列表达式中

(1) $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = a$　　(2) $\mathrm{d}r/\mathrm{d}t = v$

(3) $\mathrm{d}s/\mathrm{d}t = v$　　(4) $|\mathrm{d}\vec{v}/\mathrm{d}t| = a_\tau$

正确的是(　　)。

(A) 只有(1)、(4) 是正确的　　(B) 只有(2)、(4) 是正确的

(C) 只有(2) 是正确的　　(D) 只有(3) 是正确的

1-6　质点运动学方程为 $\vec{r} = a\sin(\omega t)\vec{i} + a\cos(\omega t)\vec{j}$，其中 a，ω 均为正常数。求质点速度和加速度与时间的关系式。

1-7　一质点在 xOy 平面内运动，运动函数为 $x = 2t$，$y = 4t^2$。试求：(1) 质点的轨迹方程，并画出轨迹曲线；(2)$t = 1$ s 时质点的位置、速度和加速度。

1-8　一质点的运动方程为：(1) $\vec{r}_1 = (3+2t)\vec{i} + 5\vec{j}$，(2) $\vec{r}_2 = \vec{i} + 4t^2\vec{j} + t\vec{k}$，式中 r，t 分别以 m，s 为单位。试求：(1) 它的速度与加速度；(2) 它的轨迹方程。

1-9　一质点的运动方程为 $x = 3t + 5$，$y = 0.5t^2 + 3t + 4$。(1) 以 t 为变量，写出位矢的表达式；(2) 求质点在 $t = 4$ s 时速度的大小和方向。

1-10　一质点的运动方程为 $x = 2t^2 + 3$，$y = t^2 + 2t + 4$。(1) 以 t 为变量，写出位矢的表达式；(2) 求质点在 $t = 2$ s 时的速度和加速度。

1-11　一质点在 xOy 平面内运动，运动方程为 $\begin{cases} x = 2t, \\ y = 4t^2 + 5。\end{cases}$ 求：(1) 质点的轨迹方程；(2)$t = 1$ s 时质点的位置、速度和加速度。

1-12　一质点自原点开始沿抛物线 $2y = x^2$ 运动，它在 x 轴上的分速度为一恒量，其值为 $v_x = 4.0$ m/s，求质点位于 $x = 5.0$ m 处的速度和加速度。

1-13　一质点具有恒定的加速度 $\vec{a} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$，在 $t = 0$ 时，其速度为 $\vec{0}$，位置矢量 $\vec{r}_0 = 10\vec{i} + 5\vec{j}$。求 $t = 5$ s 时刻的速度和位置矢量。

1-14　在 x 轴上做变加速直线运动的质点，已知其初速度为 v_0，初始位置为 x_0，加速度为 $a = Ct^2$(其中 C 为常量)。求：(1) 速度与时间的关系；(2) 运动方程。

1-15　汽车在半径为 400 m 的圆弧弯道上减速行驶，设在某一时刻，汽车的速率为 10 m/s，切向加速度的大小为 0.2 m/s^2，求汽车的法向加速度和总加速度的大小和方向。

1-16　一质点沿半径为 2 m 的圆周运动，运动方程为 $\theta = 1 + 3t^2$，式中，θ 以 rad 计，t 以 s 计。求：

(1)$t=2$ s 时，质点的切向加速度和法向加速度；(2) 当加速度的方向和半径成 45° 角时，其角位移是多少？

1-17　如图 1-15 所示，质点 P 在水平面内沿一半径为 $R=2$ m 的圆轨道转动，转动的角速度 ω 与时间 t 的函数关系为 $\omega=kt^2$(k 为常量)。已知 $t=2$ s 时，质点 P 的速度值为 32 m/s，试求 $t=1$ s 时，质点 P 的速度与加速度的大小。

1-18　如图 1-16 所示，一弹性球直落在一斜面上，下落高度 $h=20$ cm，斜面相对水平的倾角 $\theta=30°$。问：弹性球第二次碰到斜面的位置距原来的下落点多远？(假设小球碰到斜面前后速度数值相等，碰撞时入射角等于反射角)

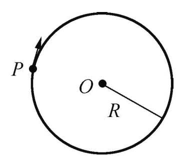


图 1-15　习题 1-17 图

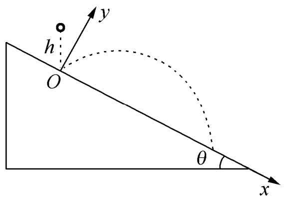


图 1-16　习题 1-18 图

1-19　如图 1-17 所示，湖中有一条小船，岸边有人用绳子通过岸上高于水面 h 的滑轮拉船，设人收绳的速率为 v_0，求船的速度和加速度。

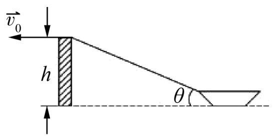


图 1-17　习题 1-19 图

1-20　A 船以 30 km/h 的速度向东航行，B 船以 40 km/h 的速度向正北航行，求 A 船上的人观察到的 B 船的速度和航向。

第 2 章　牛顿运动定律

上一章中指出，位置矢量和速度是描述质点运动状态的量，加速度是描述质点运动状态变化的量，但没有涉及质点运动状态变化的原因。质点运动状态的变化，与作用在质点上的力有关，这部分内容属于牛顿运动定律涉及的范围。以牛顿运动定律为基础建立起来的宏观物体运动的动力学理论，称为牛顿力学或经典力学。本章将概括地阐述牛顿运动定律的内容及其在质点运动方面的初步应用。

2.1　牛顿运动定律

2.1.1　牛顿第一定律

两千多年前，古希腊哲学家亚里士多德认为，静止是物体的自然状态，要使物体以某一速度做匀速运动，必须有力对它作用。意大利科学家伽利略从根本上批判了亚里士多德的观点，指出力不是维持物体运动的原因，而是使物体运动状态改变的原因。

牛顿继承和发展了伽利略的观点。1687 年，他在名著《自然哲学的数学原理》中写道：任何物体都将保持静止或匀速直线运动状态，直到有外力迫使它改变运动状态为止。这就是牛顿第一定律。

牛顿第一定律表明：一切物体都有保持静止状态或匀速直线运动状态的性质，这种性质叫作惯性。它是物体本身的固有属性，惯性的大小与其是否运动无关。因此，牛顿第一定律也叫惯性定律。惯性定律是经典物理学的基础之一。惯性定律可以对质点运动的某一分量成立。

牛顿第一定律还阐明，其他物体的作用才是改变物体运动状态的原因。这种“其他物体的作用”，称之为“力”。由于不可能有物体完全不受其他物体的力的作用，因此牛顿第一定律是理想化抽象思维的产物，不能简单地用实验加以验证。但是，从定律得出的一切推论，都经受住了实践的检验。

一切物体的运动只有相对于某个参考系才有意义，牛顿第一定律定义了惯性系 —— 牛顿第一定律严格成立的参考系称为惯性系。相对一惯性系静止或做匀速直线运动的参考系是惯性系。若一参考系相对惯性系做加速运动，则这个参考系就是非惯性系。参考系是否为惯性系，只能根据观察和实验的结果来判断。在力学中，通常把太阳参考系认为是惯性系；在一般精度范围内，地球和静止在地面上的任一物体可近似地看作惯性系。

牛顿第一定律涉及两个重要的力学概念。

1. 惯性

物体在不受外力作用时都具有保持静止或者匀速直线运动状态的性质，物体的这种保持其原有运动状态的性质称为物体的惯性。因此牛顿第一定律又称为“惯性定律”。

2. 力

力是物体之间的相互作用，力是使物体运动状态发生变化的原因。

2.1.2 牛顿第二定律

牛顿第二定律：运动的变化与所加的力成正比，并且发生在所加的力的那个直线方向上。其中，“运动”即物体的动量，为 $\vec{p} = m\vec{v}$；“变化”应理解为“对时间的变化率”。另一种说法“动量的变化率与外力成正比”，被称为欧拉表述。

牛顿第二定律在数学上可以表述为

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t} \tag{2-1}$$

物体在低速运动的情况下，即 $v \ll c$ 时，质量 m 与时间无关，式(2-1) 可以变为

$$\vec{F} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a} \tag{2-2}$$

说明：

(1) 适用范围。牛顿第二定律适用于惯性系、质点及低速平动的宏观物体。

(2) 瞬时关系。当物体(质量一定) 所受外力发生突然变化时，作为由力决定的加速度的大小和方向也要同时发生突变；当合外力为零时，加速度同时为零，加速度与合外力保持一一对应关系。力和加速度同时产生、同时变化、同时消失。牛顿第二定律是一个瞬时对应的规律，表明了力的瞬间效应，加速度只有在外力作用时才产生。

(3) 矢量性。力和加速度都是矢量，物体加速度方向由物体所受合外力的方向决定。牛顿第二定律数学表达式中，等号不仅表示左右两边数值相等，也表示方向一致，即物体的加速度方向与所受合外力方向相同。

(4) 叠加性(或力的独立性原理)。某方向的力只产生该方向的加速度，而与其他方向的受力及运动无关。牛顿第二定律中的 $\vec{F}$ 可以是单个的力，也可以是合力。当力 $\vec{F}_i$ 单独作用在物体上时，它使物体具有的加速度为 $\vec{a}_i$，$\vec{F}_i = m\vec{a}_i (i = 1,2,\cdots,n)$。当物体受到两个以上的力的作用时，以 $\vec{F}$ 表示合力，$\sum_{i=1}^{n} m\vec{a}_i$ 表示各分力作用效果的矢量和，则

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n} m\vec{a}_i$$

(5) 在研究牛顿第二定律时，通常会将其放在笛卡儿直角坐标系或自然坐标系中具体应用。式(2-2) 在直角坐标系中表示为

$$\vec{F} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} = m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + m\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + m\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k} \tag{2-3}$$

在 x，y，z 轴上的分量式方程分别为

$$F_x = ma_x, F_y = ma_y, F_z = ma_z \tag{2-4}$$

或者

$$F_x = m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}, F_y = m\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}, F_z = m\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} \tag{2-5}$$

如果讨论曲线运动采用自然坐标系，那么牛顿第二定律表示为

$$\vec{F} = m\vec{a}_\tau + m\vec{a}_n = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau + m\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n \tag{2-6}$$

在切线方向和法线方向的分量式方程分别为

$$F_\tau = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2},\ F_n = ma_n = m\frac{v^2}{\rho} \tag{2-7}$$

2.1.3 牛顿第三定律

牛顿第三定律说明物体间相互作用力的性质。两个物体之间的作用力与反作用力大小相等，方向相反，沿同一条直线，分别作用在两个物体上。这就是牛顿第三定律。其数学表达式为

$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

作用力和反作用力同时产生，同时消失；它们是性质相同的力。牛顿第三定律反映了力的物质性。力是物体之间的相互作用，作用于物体，必然会同时反作用于物体。离开物体谈力是没有意义的。

2.2 自然力与常见力

2.2.1 基本自然力

自然界存在引力、电磁力、强力和弱力四种基本作用力，其他力都是这四种力的不同表现形式。

1. 引力

引力也称为“万有引力”，这种力存在于宇宙万物之间。引力比其他三种力都弱得多，以至于若不是它具有特别的性质，人们根本不可能注意到它。特别之处在于，它是整个宇宙星系间的主要相互作用力，是长程作用力。

万有引力定律指出任何两个质点都互相吸引，引力大小与它们质量的乘积成正比，与它们距离的平方成反比，其方向沿它们的连线。用数学式可表示为

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{e}_r \tag{2-8}$$

式中，$\vec{F}_{12}$ 表示 m_1 对 m_2 的万有引力；$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$ 为 m_1 指向 m_2 方向的单位矢量；G 为万有引力常数，最早由英国物理学家卡文迪许于1798年通过实验测出，大小为 $G = 6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$；负号表示 m_1

施于 m_2 的万有引力方向始终与 $\vec{e}_r$ 方向相反。

2. 电磁力

静止电荷间的相互作用力叫库仑力(静电力),运动电荷或电流间的相互作用力称为磁力。电磁力是电力和磁力的总称。它也是一种长程作用力。

3. 强力

强力是作用于粒子之间的一种强相互作用力。它是物理学研究深入原子核及粒子范围内才发现的一种基本作用力。它能将核子紧紧地束缚在一起形成原子核。它是粒子间最重要的相互作用力,是一种短程力,力的强度是最大的。

4. 弱力

弱力也是各种粒子之间的一种相互作用力,由意大利物理学家费米于 1934 年首先提出。弱力被认为是 β 衰变过程中产生的,是比强力更短的短程力。

表 2-1 给出了四种基本自然力的特征。

表 2-1 四种相互作用的力程和强度的比较

种　类	相互作用粒子	力程 /m	力的强度
引力作用	所有粒子、质点	∞	10^{-39}
电磁作用	带电粒子	∞	10^{-3}
弱相互作用	强子等多数粒子	10^{-18}	10^{-12}
强相互作用	核子、介子等强子	10^{-15}	10^{-1}

注:表中力的强度是以两质子间相距 10^{-15} m 时的相互作用强度为 1 给出的。

2.2.2 常见的力

1. 重力

重力是地球表面附近的物体受到地球万有引力的一个分力,其中另一个分力为物体随地球绕地轴转动提供向心力。重力的大小和万有引力的大小近似相等,方向为竖直向下,并不一定指向地心。由万有引力式(2-8)有

$$F = G\frac{m_E}{R^2}m = mg \tag{2-9}$$

式中,m_E 为地球的质量,g 为地球表面的重力加速度。由式(2-9)可得

$$g = G\frac{m_E}{R^2} \tag{2-10}$$

计算时,g 通常取 9.80 m/s²,赤道为 9.78 m/s²,北极为 9.83 m/s²。R 和海拔的不同将导致不同地方的重力加速度不同。月球表面附近的重力加速度近似为地球表面重力加速度的 $\frac{1}{6}$。

2. 弹力

当物体间相互接触并挤压时,物体将发生形变,这时物体间就会产生因形变而欲使其恢复原来形

状的力，称为弹性力，简称弹力。常见的弹性力有正压力、绳子的拉力、弹簧的弹性力。

(1) 正压力

正压力是两个物体彼此接触产生了挤压而形成的。正压力的方向沿着接触面的法线方向，即与接触面垂直，大小则由挤压的程度决定。

(2) 拉力

拉力的方向沿着杆或者绳的切线方向，拉力的大小要根据拉扯的程度而定。

(3) 弹簧的弹性力

弹簧在受到拉伸或压缩时产生弹性力，这种力总是力图使弹簧恢复原来的形状。

在弹性限度内，弹性力由胡克定律给出：

$$F = -kx$$

其中，负号表示弹性力的方向始终与弹簧位移的方向相反，指向弹簧恢复原长的方向。

3. 摩擦力

两个相互接触的物体间有相对运动的趋势或有相对运动时，在接触面上便会产生阻碍相对运动趋势或相对运动的力，这个力称为摩擦力。

(1) 静摩擦力

静摩擦力是两个彼此接触的物体相对静止而又具有相对运动的趋势时出现的。静摩擦力出现在接触面的表面，沿着表面的切线方向，与相对运动的趋势相反，阻碍相对运动的发生。

最大静摩擦力的大小表示为

$$F_{\mathrm{smax}} = \mu_s F_{\mathrm{n}}$$

其中，μ_s 为静摩擦系数，F_{n} 为正压力，静摩擦力的范围是 $0 \leqslant F_s \leqslant F_{\mathrm{smax}}$。

(2) 滑动摩擦力

相互接触的物体之间有相对滑动时，接触面的表面出现的阻碍相对运动的力，称为滑动摩擦力。滑动摩擦力的方向沿接触面的切线方向，与相对运动方向相反。

滑动摩擦力的大小表示为

$$F_k = \mu_k F_{\mathrm{n}}$$

其中，μ_k 为滑动摩擦系数，F_{n} 为正压力。

2.3 牛顿运动定律的应用

牛顿运动定律是物体做机械运动的基本规律，在生产实践中有广泛的应用。本节通过举例说明牛顿运动定律的具体应用。

牛顿运动定律的应用大体上可以分为两个方面。

① 已知物体的运动状态，求物体所受的力。

② 已知物体的受力情况，求物体的运动状态。(求物体的加速度、速度，进而求物体的运动方程。)

应用牛顿运动定律解题的步骤如下：

① 隔离物体，受力分析。首先选择研究对象。研究对象可能是一个，也可能是若干个。分别将这些研究对象隔离出来，依次对其做受力分析，并画出受力图。

② 对研究对象的运动状况做定性分析。分析研究对象是做直线运动还是曲线运动，是否具有加速度，它们的加速度、速度、位移具有什么联系。

③ 建立适当的坐标系。坐标系设置恰当，可以使方程的数学表达式及运算求解达到最大的简化。

④ 列方程。一般情况下可以先列出牛顿第二定律的矢量形式的方程，也可以直接列出分量式方程。

⑤ 解方程。特别注意微积分在解题中的应用。

例 2-1　将质量为 10 kg 的小球用轻绳挂在倾角 $\alpha = 30^\circ$ 的光滑斜面上，如图 2-1(a) 所示。

(1) 当斜面以加速度 $g/3$ 沿图 2-1 所示的方向运动时，求绳的张力及小球对斜面的正压力。

(2) 当斜面的加速度至少为多大时，小球对斜面的正压力为零？

解　(1) 取地面为参考系，对小球进行受力分析。如图 2-1(b) 所示，设小球质量为 m，则小球受到自身重力 mg、轻绳拉力 T 以及斜面支持力 N 的作用，斜面的支持力大小等于小球对斜面的正压力。根据牛顿第二定律，可得

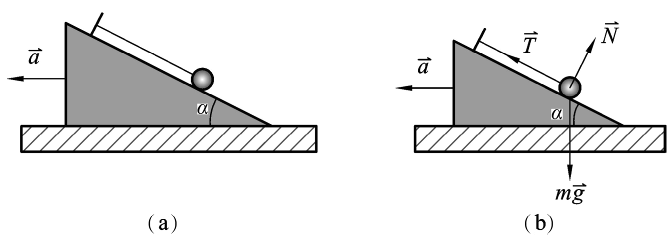


图 2-1　例 2-1 用图

水平方向：

$$T\cos\alpha - N\sin\alpha = ma \quad ①$$

竖直方向：

$$T\sin\alpha + N\cos\alpha - mg = 0 \quad ②$$

式 ①、式 ② 联立，可得

$$T = mg\sin\alpha + ma\cos\alpha$$

即

$$T = mg\sin\alpha + \frac{1}{3}mg\cos\alpha$$

代入数值，得

$$T \approx 77.3\ \mathrm{N}$$

同理

$$N = mg\cos\alpha - ma\sin\alpha \approx 68.5\ \mathrm{N}$$

(2) 当小球对斜面的正压力为零时，可得 $N = 0$，式 ①、式 ② 可写成

$$T\cos\alpha = ma$$

$$T\sin\alpha - mg = 0$$

将两式联立，可得

$$a=\frac{g}{\tan\alpha}\approx 17.0\ \mathrm{m/s^2}$$

例 2-2 如图 2-2 所示，这是一个圆锥摆，摆长为 l，小球质量为 m。欲使小球在锥顶角为 θ 的圆周内做匀速圆周运动，给予小球的速度应为多大?此时绳子对小球的拉力多大?

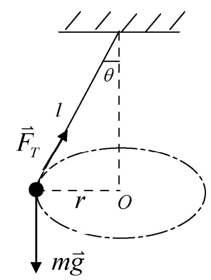


图 2-2 例 2-2 用图

解 把小球作为研究对象，对小球进行受力分析。如图 2-2 所示，小球受到重力 mg 和绳子的拉力 F_T 的作用。

竖直方向：

$$F_T\cos\theta-mg=0$$

水平方向：

$$F_T\sin\theta=m\frac{v^2}{r}=m\frac{v^2}{l\sin\theta}$$

解得

$$v=\sin\theta\sqrt{\frac{gl}{\cos\theta}}$$

$$F_T=\frac{mg}{\cos\theta}$$

例 2-3 如图 2-3 所示，一质量为 m 的物体从高空中某处由静止开始下落，下落过程中所受空气阻力与物体速率的一次方成正比，比例系数 $c>0$。求：

(1) 物体落地前其速率随时间变化的函数关系；

(2) 物体的运动方程。

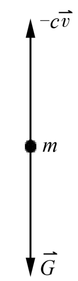


图 2-3 例 2-3 用图

解 (1) 选定该物体为研究对象，受力分析如图 2-3 所示。物体所受重力为 G，空气阻力为 $-cv$，负号表示阻力与速度方向相反。取 y 轴竖直向下，并以物体开始下落时为计时起点和坐标原点。

由牛顿第二定律有

$$mg-cv=ma$$

考虑到此题是在已知力的情况下求速率 v 与时间 t 的关系，因此将 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 代入上式，得

$$mg-cv=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

令 $k=\frac{c}{m}$，化简得

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=g-kv$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{g-kv}=\mathrm{d}t$$

根据计时起点和坐标原点的确定，初始条件为 $t=0$ 时，$v_0=0$，$y_0=0$。对上式两边积分并将初始条件代入，有

$$\int_0^v\frac{\mathrm{d}v}{g-kv}=\int_0^t\mathrm{d}t$$

积分得

$$\ln\frac{g-kv}{g}=-kt$$

解出物体速率随时间变化的函数关系为

$$v=\frac{g}{k}(1-e^{-kt})$$

(2) 根据(1)求出的结果及 $v=\frac{dy}{dt}$,有

$$\frac{dy}{dt}=\frac{g}{k}(1-e^{-kt})$$

分离变量并将初始条件代入,有

$$\int_0^y dy=\frac{g}{k}\int_0^t(1-e^{-kt})dt$$

积分可得物体的运动方程为

$$y=\frac{g}{k}t-\frac{g}{k^2}(1-e^{-kt})=\frac{mg}{c}t-\frac{m^2g}{c^2}(1-e^{-kt})$$

例 2-4　如图 2-4 所示,已知两物体 A、B 的质量均为 $m=3.0$ kg,物体 A 以加速度 1.0 m/s² 运动,求物体 B 与桌面间的摩擦力。(滑轮与绳子的质量不计)

解　把物体 A、B 分别作为隔离物体进行受力分析,A、B 的受力图如图 2-5(a)、图 2-5(b) 所示。以物体 A 为研究对象,有

$$m_Ag-F_L-F_R=m_Aa_A, F_L=F_R$$

以物体 B 为研究对象,在水平方向上有

$$F'_L-f=m_Ba_B$$

又因为 $F'_L=F_L$, $a_B=2a_A$, $a_A=1.0\ \mathrm{m/s^2}$, $m_A=m_B=m=3$ kg
可解得

$$f=\frac{mg-2ma_B-ma_A}{2}=7.2\ \mathrm{N}$$

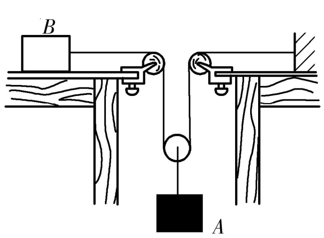


图 2-4　例 2-4 用图

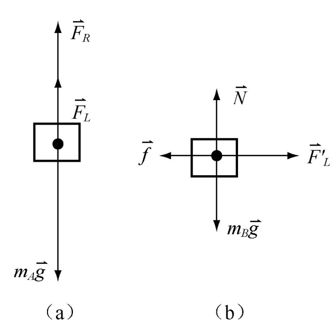


图 2-5　例 2-4 用图

*2.4 非惯性系 惯性力

一切物体的运动都是绝对的，但是描述物体的运动只有相对于参考系才有意义。如果在某个参考系中观察，物体不受其他物体作用力时，保持匀速直线运动或者静止状态，那么这个参考系就是惯性系。相对于惯性系做匀速直线运动或者静止的参考系也是惯性系。如果某个参考系相对于惯性系做加速运动，那么这个参考系就称为非惯性系。换言之，由于一般精度内可以选择地面为惯性系，因此凡是相对地面参考系做加速运动的物体，都是非惯性系。由于牛顿运动定律只适用于惯性系，因此，在应用牛顿运动定律时，参考系的选择就不再是任意的。下面举例说明。

例如，在一列火车的光滑桌面上放置一个物体，物体质量为 m，如图 2-6 所示。当车相对于地面静止或匀速向前运动时，坐在车里以车为参考系的人和站在地面上以地面为参考系的人，对车上的物体观测的结果是一致的。

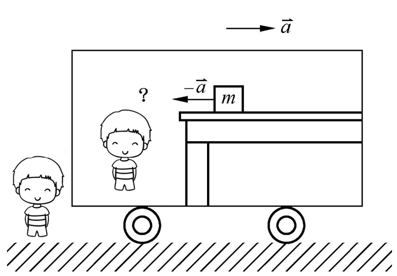


图 2-6 非惯性系

但是，当车以加速度 $\vec{a}$ 向前突然加速时，在车里的人以车为参考系，会发现车上的物体突然以加速度 $-\vec{a}$ 向车加速的相反方向运动起来，即有了一个向后的加速度，车厢的桌面越光滑，效果越明显。但此时物体所受到水平方向的合外力为零，显然这是违反牛顿运动定律的。而在车外的以地面为参考系的人看来，当车相对于地面做加速运动时，火车里的物体由于水平方向不受力，所以仍要保持其原来的静止状态。可以看出，地面是惯性系，在这里牛顿运动定律是成立的；而相对地面做加速运动的火车则是非惯性系，牛顿运动定律不成立。也就是说，在不同参考系中观察物体的运动，观察的结果可能会截然不同。

在实际生活和工程计算中，会遇到很多非惯性系中的力学问题。在这类问题中，人们引入了惯性力的概念，以便仍可方便地运用牛顿运动定律来解决问题。

惯性力是一个虚拟的力，它是在非惯性系中来自参考系本身加速效应的力。惯性力找不到施力物体。其大小等于物体的质量 m 与非惯性系的加速度的大小 a 的乘积，方向和 $\vec{a}$ 的方向相反。用 $\vec{F}_i$ 表示惯性力，则

$$\vec{F}_i = -m\vec{a} \tag{2-11}$$

在上述例子中，可以认为有一个大小为 $-m\vec{a}$ 的惯性力作用在物体上，这样，就不难在火车这个非惯性系中用牛顿运动定律来解释这个现象了。

一般来说，作用在物体上的力若既包含真实力 $\vec{F}$，又包含惯性力 $\vec{F}_i$，则以非惯性系为参考系，对物体受力应用牛顿第二定律，有

$$\vec{F} + \vec{F}_i = m\vec{a}' \tag{2-12}$$

或

$$\vec{F} - m\vec{a} = m\vec{a}' \qquad (2\text{-}13)$$

式中,$\vec{a}$ 是非惯性系相对于惯性系的加速度,$\vec{a}'$ 是物体相对于非惯性系的加速度。

再例如,如图 2-7 所示,在水平面上放置一圆盘,用轻弹簧将一质量为 m 的小球与圆盘的中心相连。圆盘相对于地面做匀速圆周运动,角速度为 ω。有两个观察者:一个位于地面上,以地面(惯性系)为参考系;另一个位于圆盘上,与圆盘相对静止并随圆盘一起转动,以圆盘(非惯性系)为参考系。

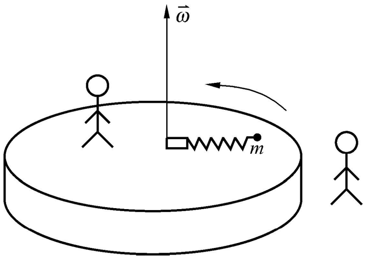


图 2-7　惯性离心力

圆盘转动时,地面上的观察者发现弹簧拉长,小球受到弹簧的拉力作用,显然,此拉力为向心力,大小为 $F = ml\omega^2$。小球在向心力的作用下,做匀速率圆周运动。用牛顿运动定律的观点来看是很好理解的。

同时,在圆盘上的观察者看来,弹簧拉长了,即有向心力作用在小球上,但小球却相对于圆盘保持静止。于是,圆盘上的观察者认为小球必受到一个惯性力 $\vec{F}_i$ 的作用。这个惯性力的大小和向心力相等,方向与之相反。这样就可以用牛顿运动定律来解释小球保持平衡这一现象了。这里,这个惯性力称为惯性离心力。

例 2-5　如图 2-8 所示,质量为 m 的人站在升降机内的一台磅秤上,当升降机以加速度 a 向上匀加速上升时,求磅秤的示数。(请用惯性力的方法求解)

解　磅秤示数的大小即为人对升降机地板的压力的大小。取升降机这个非惯性系为参考系,可知,当升降机相对于地面以加速度 $\vec{a}$ 上升时,与之对应的惯性力为 $\vec{F}_i = -m\vec{a}$。在这个非惯性系中,人除了受到自身重力 $m\vec{g}$、磅秤对他的支持力 $\vec{N}$ 外,还受到一个惯性力 $\vec{F}_i$ 的作用。由于此人相对电梯静止,所以以上三个力为一组平衡力:

$$N - mg - F_i = 0$$

即

$$N = mg + F_i = m(g + a)$$

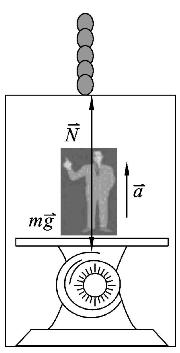


图 2-8　例 2-5 用图

由此可见,此时磅秤上的示数并不等于人自身重力。当加速上升时,$N > mg$,此时称为“超重”;当加速下降时,$N < mg$,称为“失重”。当升降机自由降落时,人对地板的压力减为 0,此时人处于完全失重状态。

人造地球卫星、宇宙飞船、航天飞机等航天器进入太空轨道后,可以认为是绕地球做圆周运动。其加速度为向心加速度,大小等于卫星所在高度处重力加速度的大小。这与在以重力加速度下降的升降机中发生的情况类似,航天器中的人和物都处于完全失重状态。

阅读材料二

牛顿

牛顿是英国皇家学会会员，英国伟大的物理学家、数学家、天文学家、自然哲学家，百科全书式的“全才”，著有《自然哲学的数学原理》《光学》《二项式定理》和《微积分》等。

1661年6月3日，牛顿进入剑桥大学的三一学院。那时，该学院的教学还基于亚里士多德的学说，但牛顿更喜欢阅读一些笛卡儿等现代哲学家以及伽利略、哥白尼和开普勒等天文学家更先进的思想。1665年，牛顿发现了广义二项式定理，并开始发展一套新的数学理论，也就是后来为世人所熟知的微积分学。他在1665年获得了学士学位。在此后两年里，牛顿继续研究微积分学、光学和万有引力定律。

1. **力学成就**

1679年，牛顿重新回到力学的研究中，他研究引力及其对行星轨道的作用、开普勒的行星运动定律，并与胡克和弗拉姆斯蒂德在力学上进行讨论。他将自己的成果归结在《物体在轨道中之运动》(1684年)一书中。该书包含初步的、后来在《自然哲学的数学原理》(现常简称《原理》)中形成的运动定律。

《原理》在埃德蒙·哈雷的鼓励和支持下于1687年7月5日出版。牛顿在该书中阐述了其后两百年间都被视作真理的三大运动定律。牛顿使用拉丁语单词“gravitas”(沉重)为现今的引力(gravity)命名，并定义了万有引力定律。在这本书中，他还基于波义耳定律提出了首个分析测定空气中声速的方法。

2. **光学成就**

牛顿曾致力于颜色的现象和光的本性的研究。1666年，他用三棱镜研究日光，得出结论：白光是由不同颜色(不同波长)的光混合而成的，不同波长的光有不同的折射率。在可见光中，红光波长最长，折射率最小；紫光波长最短，折射率最大。牛顿的这一重要发现成为光谱分析的基础，揭示了光色的秘密。牛顿还曾把一个磨得很精、曲率半径较大的凸透镜的凸面，压在一个十分光洁的平面玻璃上，在白光照射下可看到，中心的接触点是一个暗点，周围则是明暗相间的同心圆圈。后人把这一现象称为“牛顿环”。牛顿创立了光的“微粒说”，从一个侧面反映了光的运动性质。但牛顿对光的“波动说”并不持反对态度。1704年，牛顿著成《光学》，系统地阐述他在光学方面的研究成果，其中详述了光的粒子理论。

3. **热学成就**

牛顿确定了冷却定律，即当物体表面与周围有温差时，单位时间内从单位面积上散失的热量与这一温差成正比。

4. **天文成就**

牛顿于1671年创制了反射望远镜。他用质点间的万有引力证明，密度呈球对称的球体对外的引力都可以用同质量的质点放在中心的位置来代替。他还用万有引力原理说明潮汐的各种现象，指出潮汐的大小不但同月球的位相有关，而且同太阳的方位有关。牛顿预言地球不是正球体。

岁差就是由于太阳对赤道突出部分的摄动造成的。

5. **哲学成就**

《自然哲学的数学原理》是牛顿最重要的著作，于 1687 年出版。该书总结了他一生中许多重要发现和研究成果，其中包括上述关于物体运动的定律。他说，该书"所研究的主要是关于重、轻流体抵抗力及其他吸引运动的力的状况，所以我们研究的是自然哲学的数学原理。"

习　题

2-1　下述说法中，正确的是（　　）。

(A) 物体运动的速度越大，惯性越大　　(B) 作用力与反作用力是一对平衡力

(C) 牛顿第二定律适用于任何参考系　　(D) 力是物体运动状态改变的原因

2-2　用水平压力 $\vec{F}$ 把一个物体压在粗糙的竖直墙面上保持静止，当 $\vec{F}$ 逐渐增大时，物体所受的静摩擦力（　　）。

(A) 恒为零　　(B) 不为零，但保持不变

(C) 随 $\vec{F}$ 成正比增大　　(D) 开始随 $\vec{F}$ 增大，达到某值后，就保持不变

2-3　如图 2-10 所示，一只质量为 m 的猴子，原来抓住一根用绳子吊在天花板上的质量为 M 的直杆。突然悬线断了，小猴沿杆子竖直向上爬以保持它离地面的高度不变，此时直杆下落的加速度为（　　）。

(A) g　　(B) $\dfrac{mg}{M}$　　(C) $\dfrac{Mg-mg}{M}$　　(D) $\dfrac{Mg+mg}{M}$

2-4　两个质量相等的小球由一轻弹簧相连接，再用一细绳悬挂于天花板上，处于静止状态，如图 2-11 所示。则将绳子剪断的瞬间，球 1 和球 2 的加速度分别为（　　）。

(A) $a_1=2g, a_2=0$　　(B) $a_1=0, a_2=g$

(C) $a_1=g, a_2=0$　　(D) $a_1=g, a_2=g$

2-5　平地上放一质量为 m 的物体，已知物体与地面间的动摩擦因数为 μ，今在力 $\vec{F}$ 作用下，物体向右运动，如图 2-12 所示。欲使物体具有最大的加速度，则力与水平方向的夹角应符合下列等式中的（　　）。

(A) $\cos\theta=\mu$　　(B) $\sin\theta=\mu$　　(C) $\tan\theta=\mu$　　(D) $\cot\theta=\mu$

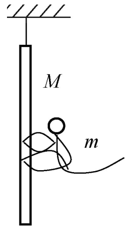


图 2-10　习题 2-3 图

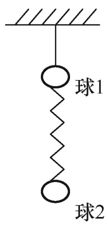


图 2-11　习题 2-4 图

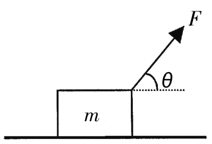


图 2-12　习题 2-5 图

2-6　一质量为 80 kg 的人站在质量为 40 kg 的底板上，用绳和滑轮连接，如图 2-13 所示。设滑轮、绳的质量及轴处的摩擦可以忽略不计，绳子不可伸长。欲使人和底板能以 1 $\mathrm{m/s^2}$ 的加速度上升，人对绳子的拉力多大？人对底板的压力多大？(取 $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$)

2-7　如图 2-14 所示，一小环套在光滑细杆上，细杆以倾角 α 绕竖直轴做匀角速度转动，角速度为 ω，求小环平衡时距杆端点 O 的距离 r。

2-8　几个不同倾角的光滑斜面，有共同的底边，顶点也在同一竖直面上，如图 2-15 所示。为使小球从斜面顶端由静止滑到下端的时间最短，求斜面的倾角。

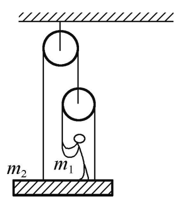


图 2-13　习题 2-6 图

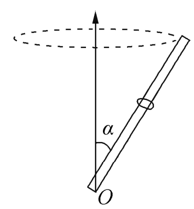


图 2-14　习题 2-7 图

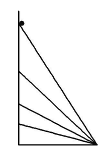


图 2-15　习题 2-8 图

2-9　质量为 2 kg 的质点的运动学方程为 $\vec{r} = (6t^2 - 1)\vec{i} + (3t^2 + 3t + 1)\vec{j}$（$t$ 为时间，单位为 s；长度单位为 m），求质点所受力的大小和方向。

2-10　一质量为 4 kg 的质点在变力 $F = 48t + 24$ 作用下沿 x 轴运动，设 $t = 0$ 时，质点速度 $v_0 = 2\ \mathrm{m/s}$，质点位置 $x_0 = 0$。试求质点在 $t = 2$ s 末的速度和位置。

2-11　两质量分别为 m 和 M 的物体并排放在光滑的水平桌面上。现有一水平力 $\vec{F}$ 作用在物体 m 上，使两物体一起向右运动，如图 2-16 所示。求两物体间的相互作用力。若水平力 $\vec{F}$ 作用在 M 上，使两物体一起向左运动，则两物体间相互作用力的大小是否发生变化？

2-12　如图 2-17 所示，质量为 $m_1 = 10$ kg 和 $m_2 = 20$ kg 的两个物体，用轻弹簧连接在一起放在光滑水平桌面上，以 $F = 100$ N 的力沿弹簧方向作用于 m_2，使 m_1 得到加速度 $a_1 = 1.2\ \mathrm{m/s^2}$，求 m_2 获得的加速度的大小。

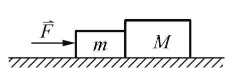


图 2-16　习题 2-11 图

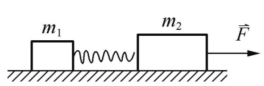


图 2-17　习题 2-12 图

2-13　一木块能在与水平面成 α 角的斜面上匀速下滑。若使它以速率 v_0 沿此斜面向上滑动，试证明它能沿该斜面向上滑动的距离为 $\dfrac{v_0^2}{4g\sin\alpha}$。

2-14　一质量为 m 的小球，从一半径为 r 的光滑圆轨道的最高点 A 滑下，试求小球到达如图 2-18 所示的 C 点时的速度和对圆轨道的作用力(已知 C 点与竖直方向的夹角 $\theta = 60°$)。

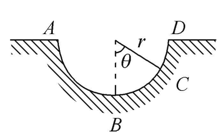


图 2-18　习题 2-14 图