

# 自动控制原理



类目：机械类

书名：自动控制原理

主编：刘裕舸 邹云鹤 毛莉娜

出版社：湖南大学出版社

开本：大 16 开

书号：978-7-5667-3995-7

使用层次：通用

出版时间：2025 年 2 月

定价：48.00 元

印刷方式：双色

是否有资源：有



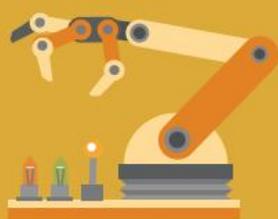
机械类创新融合精品教材  
“互联网+”教育改革新理念教材

“互联网+”教育改革新理念教材  
机械类创新融合精品教材

自动控制原理

主编◎刘裕刚 邹云鹤

毛莉娜



# 自动控制原理

# 自动控制原理

主编◎刘裕刚 邹云鹤 毛莉娜

责任编辑：周紫燕  
封面设计：旗语书装

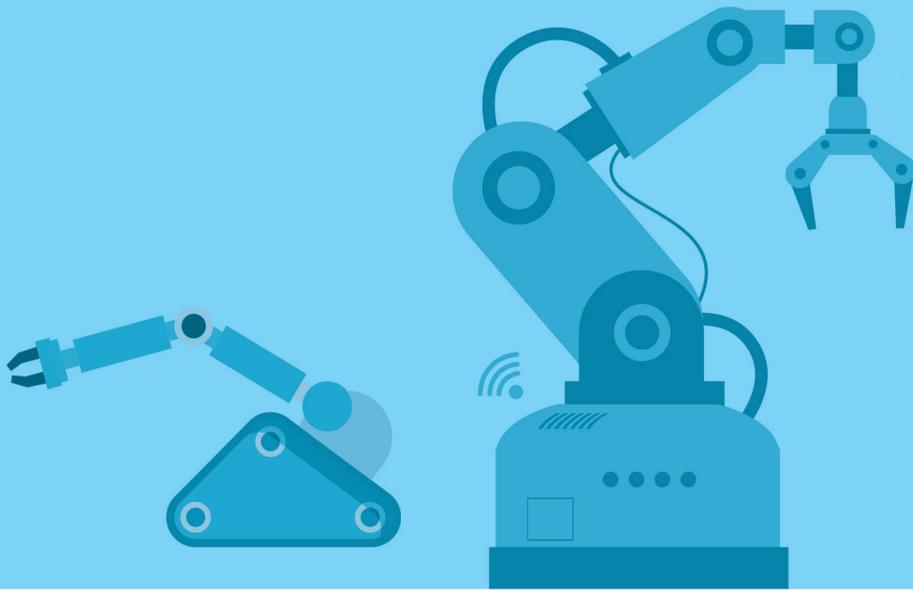


湖南大学出版社

湖南大学出版社



机械类创新融合精品教材  
“互联网+”教育改革创新理念教材



# 自动控制原理

主 编 © 刘裕舸 邹云鹤 毛莉娜

副主编 © 贾陈莹 马壮壮

湖南大学出版社

·长沙·

## 图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理 / 刘裕舸, 邹云鹤, 毛莉娜主编.  
长沙: 湖南大学出版社, 2025. 2. -- ISBN 978-7-5667-  
3995-7

I. TP13

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2025X324E1 号

## 自动控制原理

ZIDONG KONGZHI YUANLI

主 编: 刘裕舸 邹云鹤 毛莉娜

责任编辑: 周紫燕

印 装: 唐山唐文印刷有限公司

开 本: 889 mm×1194 mm 1/16

印 张: 10.5 字 数: 250 千字

版 次: 2025 年 2 月第 1 版

印 次: 2025 年 2 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5667-3995-7

定 价: 48.00 元

出 版 人: 李文邦

出版发行: 湖南大学出版社

社 址: 湖南·长沙·岳麓山

邮 编: 410082

电 话: 0731-88822559(营销部)

88821174(编辑部)

88821006(出版部)

传 真: 0731-88822264(总编室)

网 址: <http://press.hnu.edu.cn>

电子邮箱: [xiaoshulianwenhua@163.com](mailto:xiaoshulianwenhua@163.com)

版权所有, 盗版必究

图书凡有印装差错, 请与营销部联系

# 前 言

自动化技术的快速发展，推动了自动控制理论不断进步和完善。自动控制原理课程在自动化专业教学中越来越受到重视。实践证明，该课程不仅对工程技术有指导作用，而且对培养学生的辩证思维能力，建立理论联系实际的科学观点和提高综合分析问题的能力，都具有重要的作用，现已成为诸多专业开设的课程。

本书全面阐述了自动控制的基本理论，并系统地介绍了自动控制系统分析和设计的基本方法。本书共分6个项目，以最基本的内容为主线，注重基本概念和原理的阐述，突出工程应用方法，理论严谨、系统性强，便于读者自学。

项目一简述了自动控制理论的发展历史，介绍了自动控制的基本概念，引出了自动控制系统的常用术语，对自动控制理论的研究对象和任务作了整体介绍。项目二是控制系统数学描述方法，系统地介绍了用于定量分析控制系统的两种数学模型——微分方程和传递函数；介绍了利用结构图等效化简和梅逊增益公式来确定系统闭环传递函数的方法。项目三介绍了时域分析法，重点对系统的稳定性、快速性、准确性的分析方法进行了讨论，对反馈校正和复合校正方法作了介绍。项目四介绍的频域分析法是工程上重点应用的方法，该部分对频率域作图、分析的原理进行了详细讨论，介绍了频域稳定判据，给出了频域指标的计算及分析方法。项目五详细介绍了频域串联校正方法，同时还介绍了控制系统的工程设计方法及其应用。项目六介绍了线性离散系统的分析方法，主要讨论了信号的采样和复现，介绍了变换和离散系统的数学模型——差分方程和脉冲传递函数，分析了离散系统的动态和稳态性能。

本书保留了课程的重点内容，去掉了工程上不常用的扩展内容，以突出基础和重点；在有些理论性较强的部分和主要的设计方法上作了较详细的论述，以便读者理解和自学；同时配有适量的习题，以配合课堂教学，帮助读者准确理解有关概念，掌握解题方法和技巧。

由于编者水平有限，书中存在的错误及不妥之处，恳请各位专家、读者批评指正。

编 者  
2024年4月



# 目 录

## 项目一 概述 ..... 1

|                          |    |
|--------------------------|----|
| 任务一 自动控制与自动控制系统 .....    | 2  |
| 任务二 开环控制与闭环控制 .....      | 6  |
| 任务三 对自动控制系统的性能要求 .....   | 9  |
| 任务四 自动控制的发展及本课程的要求 ..... | 10 |
| 项目小结 .....               | 12 |
| 项目习题 .....               | 13 |

## 项目二 控制系统数学模型的建立及应用 ..... 15

|                       |    |
|-----------------------|----|
| 任务一 微分方程的建立及分析 .....  | 16 |
| 任务二 传递函数的建立及分析 .....  | 18 |
| 任务三 动态结构图的建立及分析 ..... | 25 |
| 任务四 反馈控制系统的传递函数 ..... | 32 |
| 项目小结 .....            | 34 |
| 项目习题 .....            | 35 |

## 项目三 时域分析法及应用 ..... 37

|                       |    |
|-----------------------|----|
| 任务一 控制系统的性能指标 .....   | 38 |
| 任务二 一阶系统的时域分析 .....   | 40 |
| 任务三 二阶系统的时域分析 .....   | 44 |
| 任务四 控制系统的稳定性分析 .....  | 51 |
| 任务五 控制系统的稳态误差分析 ..... | 54 |
| 项目小结 .....            | 60 |
| 项目习题 .....            | 61 |

**项目四 频域特性法及应用** ..... 65

任务一 频域特性的基本概念和图示法 ..... 66

任务二 典型环节与系统的频域特性 ..... 72

任务三 频域稳定判据 ..... 83

任务四 开环频域特性分析 ..... 90

任务五 闭环频域特性分析 ..... 96

任务六 用频域特性法分析系统性能的应用 ..... 99

项目小结 ..... 103

项目习题 ..... 104

**项目五 控制系统的校正与设计** ..... 107

任务一 系统校正的一般方法 ..... 108

任务二 控制系统的设计方法及应用 ..... 117

项目小结 ..... 122

项目习题 ..... 123

**项目六 离散控制系统分析** ..... 125

任务一 离散控制系统的基本概念 ..... 126

任务二 离散控制系统的数学基础 ..... 130

任务三 离散控制系统的脉冲传递函数 ..... 136

任务四 离散控制系统的动态性能分析 ..... 142

任务五 离散系统的稳定性与稳态误差 ..... 147

项目小结 ..... 155

项目习题 ..... 155

**附录 拉普拉斯变换及反变换** ..... 157

**参考文献** ..... 162

# 项目一 概述

- 任务一 自动控制与自动控制系统
- 任务二 开环控制与闭环控制
- 任务三 对自动控制系统性能要求
- 任务四 自动控制的发展及本课程的要求

在科学技术飞速发展的今天，自动控制技术和理论已经成为现代科学体系不可缺少的组成部分，已被广泛地应用于机械、冶金、石油、化工、电力、电子、航空、航海和航天等各个科学领域。本项目将简要介绍自动控制相关的一些概念、自动控制系统的组成和分类、控制系统的基本要求以及自动控制的发展与本课程的要求。

# 任务一 自动控制与自动控制系统

## S 任务描述

掌握自动控制及自动控制系统的概念；  
理解生活中常见的自动控制系统的应用；  
熟悉自动控制系统的基本组成；  
掌握根据不同分类标准划分的自动控制系统的分类。

## S 任务分析

自动控制理论是研究关于自动控制系统的组成、分析和设计的一般性理论，是研究自动控制共同规律的技术科学。学习和研究自动控制理论是为了探索自动控制系统中变量的运动规律和改变这种运动规律的可能性和途径，为建立高性能的自动控制系统提供必要的理论根据。

### 一、自动控制概念

在许多工业生产过程或生产设备运行中，为了保证正常的工作条件，往往需要对某些物理量(如温度、压力、流量、液位、电压、位移和转速等)进行控制，使其尽量维持在某个数值附近或按一定规律变化。要满足这种要求，就应该对生产机械或设备进行及时的操作，以抵消外界干扰的影响。这种操作通常称为控制，用人工操作称为人工控制，用自动装置来完成称为自动控制。具体来讲，自动控制是指在无人直接参与的情况下，利用外加的设备或装置(称为控制装置或控制器)，使机器、设备或生产过程(统称为被控对象)的某个工作状态或参数(称为被控量)自动地按照预定的规律运行。下面举例加以说明。

图 1-1(a)所示是人工控制水位保持恒定的供水系统。图中，水池中的水位是被控制的物理量，即被控量；水池作为物理设备是被控制的对象，即被控对象。当水位在给定位置且流入量和流出量相等时，它处于平衡状态。当流出量发生变化或水位的给定值发生变化时，就需要对流入量进行必要的控制。在人工控制方式下，人用眼观看水位情况，用脑比较实际水位与期望水位的差异，并根据经验做出决策，确定进水阀门的调节方向与幅度，然后用手调节进水阀

门，最终使水位等于给定值。只要水位偏离了期望值，工人便要重复上述调节过程。

图 1-1(b)所示是一种自动控制的水平控制系统，这是一种简单的水平自动控制系统。图中，用浮子代替人的眼睛，用来测量水位高低；用一套杠杆机构代替人的大脑和手的功能，用来进行比较、计算误差并实施控制。连杆的一端由浮子带动，另一端则连接进水阀门。当用水量增大时，水位开始下降，浮子也随之降低，通过连杆的作用将进水阀门开大，使水位回到期望值附近。反之，当用水量变小时，水位及浮子上升，进水阀关小，水位自动下降到期望值附近。整个过程中无须人工直接参与，控制过程是自动进行的。

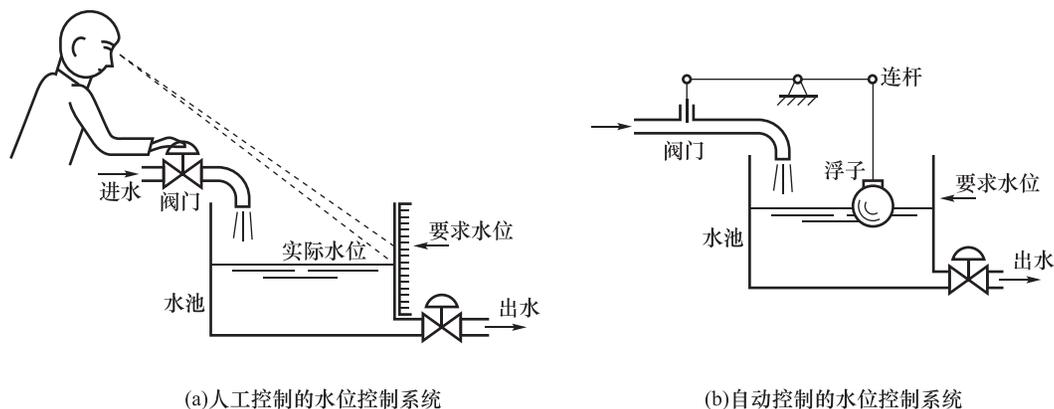


图 1-1 水位控制系统

图 1-1(b)所示的系统虽然可以实现自动控制，但其结构简单而存在缺陷，主要表现在被控制的水位将随着出水量的变化而变化。出水量越多，水位就越低，偏离期望值就越远，误差也就越大。控制的结果总存在一定范围的误差值。这是因为当出水量增加时，为了使水位基本保持恒定不变，就得开大阀门，增加进水量。要开大进水阀，唯一的途径是浮子要下降得更多，这意味着实际水位要偏离期望值更多。这样，整个系统就会在较低的水位上建立起新的平衡状态。

为了克服上述缺点，可在原系统中增加一些设备而组成较完善的自动控制系统，如图 1-2 所示。图中，浮子仍是测量元件，连杆起着比较作用，它将期望水位与实际水位两者进行比较，得出误差，同时推动电位器的滑臂上、下移动。电位器的输出电压反映了误差的大小和方向。电位器输出的微弱电压经放大器放大后驱动直流伺服电动机，其转轴经减速器减速后拖动进水阀门，以对系统施加控制作用。

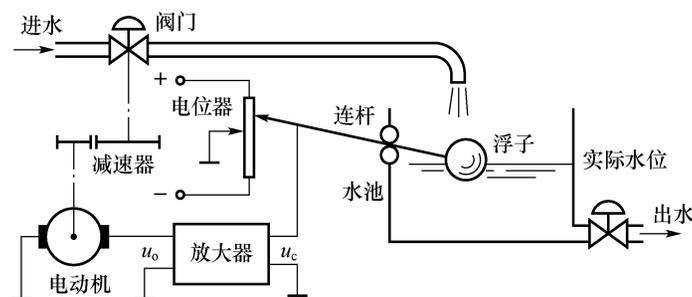


图 1-2 复杂的水位自动控制系统

在正常情况下，实际水位等于期望值，此时，电位器的滑臂居中， $u_c=0$ 。当出水量增大时，浮子下降，带动电位器的滑臂向上移动， $u_c>0$ ，控制电动机正向旋转，以增大进水阀门的开度，促使水位回升。当实际水位恢复到期望值时， $u_c=0$ ，系统达到新的平衡状态。

可见，该系统在运行时，无论何种干扰引起水位的偏差，系统都要进行调节，最终总是使实际水位等于期望值，大大提高了控制精度。

由此例可知，自动控制和人工控制极为相似，自动控制系统只是把某些装置有机地组合在一起，以代替人的职能而已。图 1-2 中的浮子相当于人的眼睛，对实际水位进行测量；连杆和电位器类似于大脑，完成比较运算，给出偏差的大小和极性；电动机相当于人手，调节阀门的开度，对水位实施控制。这些装置相互配合，承担着控制的职能，通常称为控制器(或控制装置)。任何一个控制系统，都是由被控对象和控制器两个部分组成的。

图 1-3 所示是一个电压调节系统的原理图。系统在运行过程中，无论负载如何变化，要求发电机都能够提供由给定电位器设定的规定电压值。在负载恒定、发电机输出规定电压的情况下，偏差电压  $\Delta u = u_r - u = 0$ ，放大器输出电压为零，电动机不动，励磁电位器的滑臂保持在原来的位置上，发电机的励磁电流不变，发电机在原动机带动下维持恒定的输出电压。当负载增加使发电机的输出电压低于规定电压时，输出电压在反馈口与给定电压经比较后所得的偏差电压  $\Delta u = u_r - u > 0$ ，经放大器放大后便驱动电动机带动励磁电位器的滑臂顺时针旋转，使励磁电流增加，发电机的输出电压上升。当上升至规定电压时，电动机停止转动，发电机在新的平衡状态下运行，输出满足要求的电压。

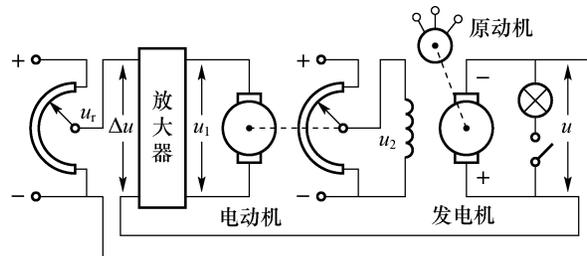


图 1-3 电压调节系统原理图

系统中，发电机是被控对象，发电机的输出电压是被控量，给定量是给定电位器设定的电压  $u_r$ 。电压调节系统的方框图如图 1-4 所示。

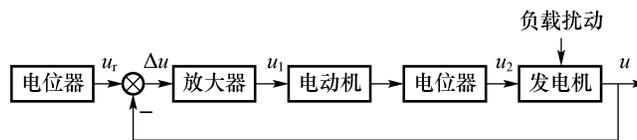


图 1-4 电压调节系统方框图

## 二、自动控制系统的基本组成

自动控制系统根据被控对象和具体用途的不同，可以有各种不同的结构形式。如图 1-5 所示是一个典型自动控制系统的方框图。图中，每一个方框代表一个具有特定功能的元件。除了

被控对象外，控制装置通常是由给定元件、测量元件、比较元件、放大元件、执行机构和校正元件组成的。这些功能元件分别承担相应的职能，共同完成控制任务。

(1) 被控对象。一般是指生产过程中需要进行控制的工作机械、装置或生产过程。描述被控对象工作状态的、需要进行控制的物理量就是被控量。

(2) 给定元件。主要用于产生给定信号或控制输入信号。

(3) 测量元件。用于检测被控量或输出量，产生反馈信号。如果测出的物理量属于非电量，一般要转换成电量以便处理。

(4) 比较元件。用来比较输入信号和反馈信号之间的偏差。它可以是一个差动电路，也可以是一个物理元件(如电桥电路、差动放大器和自整角机等)。

(5) 放大元件。用来放大偏差信号的幅值和功率，使之能够推动执行机构调节被控对象，如功率放大器等。

(6) 执行机构。用于直接对被控对象进行操作，调节被控量，如阀门和伺服电动机等。

(7) 校正元件。用来改善或提高系统的性能。常用串联或反馈的方式连接在系统中，如 RC 网络和测速发电机等。

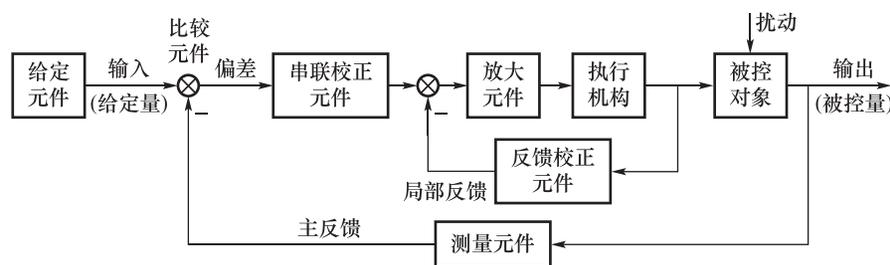


图 1-5 典型自动控制系统的方框图



自动控制系统的分类

### 三、自动控制系统的分类

按给定信号的形式不同，可将系统划分为恒值控制系统和随动控制系统两种。

(1) 恒值控制系统。输入量一经设定，就维持不变，希望输出量维持在某一特定值上。

(2) 随动控制系统。若给定信号的变化规律是事先不能确定的、随时间变化的信号，则称该系统为自动跟踪系统；若给定输入是预先设定的、按预定规律变化的信号，则称相应系统为程序控制系统。上述两种系统称为随动控制系统。

按系统参数是否随时间变化，可以将系统分为定常系统和时变系统两种。其中，如果控制系统的参数在系统运行过程中不随时间变化，则称为定常系统或者时不变系统。否则，称为时变系统。

按系统是否满足叠加原理，可将系统分为线性系统和非线性系统两种。本课程重点介绍线性定常系统。如果一个系统在输入  $r_1(t)$  的作用下产生输出  $c_1(t)$ ，在输入  $r_2(t)$  的作用下产生输出  $c_2(t)$ ，若在输入  $a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t)$  的作用下，系统输出为  $a_1 c_1(t) + a_2 c_2(t)$ ，其中  $r_1(t)$ ， $r_2(t)$  是任意的输入信号， $a_1$ ， $a_2$  是任意的常数，那么该系统满足叠加原理，是线性系统，否则是非线性系统。

按系统信号是连续信号还是离散信号,可将系统分为连续系统与离散系统两种。其中,若系统中所有信号都是连续信号,则称为连续系统;若系统中有一处或几处的信号是离散信号(脉冲序列或数字编码),则称为离散系统(包括采样系统和数字系统)。

按照输入信号和输出信号的数目,可将系统分为单输入-单输出(SISO)系统和多输入-多输出(MIMO)系统。其中,单输入-单输出系统通常称为单变量系统,这种系统只有一个输入(不包括扰动输入)和一个输出;多输入-多输出系统通常称为多变量系统,有多个输入和多个输出。

## 任务二 开环控制与闭环控制

### 任务描述

掌握开环控制与闭环控制的特点、区别和优缺点;  
熟悉生活中常见的开环控制和闭环控制的应用。

### 任务分析

自动控制系统一般有两种基本结构,对应着两种基本控制方式,即开环控制方式和闭环控制方式。应会根据控制要求和控制场合的不同合理选择控制方式。

### 一、开环控制

系统的输入不受输出影响的控制系统称为开环控制系统。在开环控制系统中,输入端与输出端之间只有信号的前向通道,而不存在由输出端到输入端的反馈通路。

如图 1-6 所示的直流电动机转速控制系统就是一个开环控制系统。它的任务是控制直流电动机以恒定的转速带动负载工作。系统的工作原理是:调节电位器  $R$  的滑臂,使其输出参考电压  $u_r$ ,  $u_r$  经电压放大和功率放大后成为  $u_a$ , 送到电动机的电枢端,用来控制电动机的转速。在负载恒定的条件下,直流电动机的转速  $\omega$  与电枢电压  $u_a$  成正比,只要改变给定电压  $u_r$ , 便可得到相应的电动机转速  $\omega$ 。

在本系统中,直流电动机是被控对象;电动机的转速  $\omega$  是被控量,或称系统的输出量或输出信号;参考电压  $u_r$  通常被称为系统的给定量或输入量。

由图 1-6(a)可知,该系统只有输入量  $u_r$  对输出量  $\omega$  的单向控制作用,而输出量  $\omega$  对输入量  $u_r$  却没有任何影响和联系,故称这种系统为开环控制系统。



扫一扫

开环控制

如图 1-6(b)所示是直流电动机转速开环控制系统的方框图。图中，方框代表系统中具有相应职能的元部件；箭头表示元部件之间的信号及其传递方向。电动机负载转矩  $M_c$  的任何变动，都会使输出量  $\omega$  偏离期望值，这种作用称为干扰或扰动，在图 1-6(b)中用一个作用在电动机上的箭头来表示。

一般来说，开环控制系统结构比较简单，成本较低。开环控制系统的缺点是控制精度不高，抑制干扰能力差，而且对系统参数的变化比较敏感。开环控制系统一般用于可以不考虑外界影响或精度要求不高的场景，如洗衣机、步进电机控制及水位调节等。

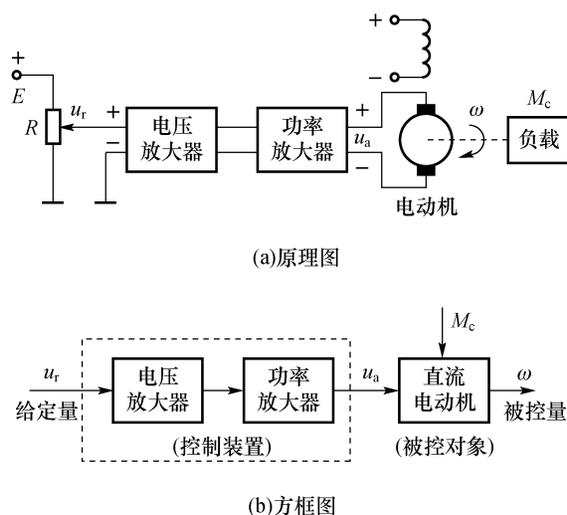


图 1-6 直流电动机转速开环控制系统

## 二、闭环控制

开环控制系统精度不高和适应性不强的主要原因是缺少从系统输出到输入的反馈回路。若要提高控制精度，必须把输出量的信息反馈到输入端，通过比较输入值与输出值，产生偏差信号，该偏差信号以一定的控制规律产生控制作用，逐步减小以至消除这一偏差，从而实现所要求的控制性能。

在图 1-6(a)所示的直流电动机转速开环控制系统中，加入一台测速发电机，并对电路稍作改变，便构成了如图 1-7(a)所示的直流电动机转速闭环控制系统。图中，测速发电机由电动机同轴带动，它先将电动机的实际转速  $\omega$  (系统输出量) 测量出来，并转换成电压  $u_f$ ，再反馈到系统的输入端，与给定电压  $u_r$  (系统输入量) 进行比较，从而得出电压  $u_e = u_r - u_f$ 。由于该电压能间接地反映出误差的大小和正负方向，通常称之为偏差信号，简称偏差。偏差  $u_e$  经放大器放大后成为  $u_a$ ，用以控制电动机的转速  $\omega$ 。

如图 1-7(b)所示是直流电动机转速闭环控制系统的方框图。图中，用符号“ $\otimes$ ”表示比较点，其输出量等于各个输入量的代数和。因此，各个输入量均须用正、负号表明其极性。图中清楚地表明，由于采用了反馈回路，信号的传输路径形成闭合回路，使输出量反过来直接影响

控制作用。这种通过反馈回路使系统构成闭环，并按偏差产生控制作用，用以减小或消除偏差的控制系统，称为闭环控制系统，或称为反馈控制系统。而把从系统输入量到输出量之间的通道称为前向通道；从输出量到反馈信号之间的通道称为反馈通道。

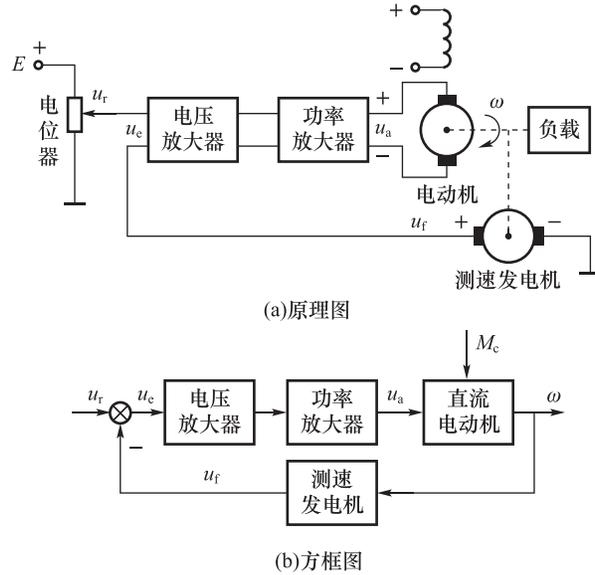


图 1-7 直流电动机转速闭环控制系统

**提醒**

必须指出，在系统主反馈通道中，只有采用负反馈才能达到控制的目的。若采用正反馈，将使偏差越来越大，导致系统发散而无法工作。

闭环控制系统工作的本质是：将系统的输出信号引回到输入端，与输入信号相比较，利用所得的偏差信号对系统进行调节，达到减小偏差或消除偏差的目的。这就是负反馈控制原理，它是构成闭环控制系统的核心。在闭环控制系统中，无论是输入信号的变化，还是干扰的影响或者系统内部的变化，只要是被控量偏离了给定值，都会产生相应的作用去消除偏差。因此，闭环控制抑制干扰能力强，与开环控制相比，闭环控制系统对参数变化不敏感，可以选用不太精密的元件构成较为精密的控制系统，获得满意的动态特性和控制精度。但是采用反馈装置需要添加元部件，造价较高，同时也增加了系统的复杂性。如果系统的结构参数选取不适当，控制过程可能变得很差，甚至出现振荡或发散等不稳定的情况。因此，如何分析系统、合理选择系统的结构参数，从而获得满意的系统性能，是自动控制理论必须研究解决的问题。

闭环控制是最常用的控制方式，通常所说的控制系统，一般都是指闭环控制系统。闭环控制系统是本课程讨论的重点。另外，也可将闭环控制与补偿控制相结合，形成复合控制。

## 任务三 对自动控制系统的性能要求

### 任务描述

掌握对自动控制系统的性能要求，即稳、准、快。

### 任务分析

由动态过程可以反映系统内在性能的好坏，而常见的评价系统优劣的性能指标也是从动态过程中定义出来的。怎样根据工作任务的不同，分析和设计自动控制系统，使其对稳、准、快三方面的性能有所侧重，并兼顾其他，以全面满足要求，这正是本课程所要研究的内容。



扫一扫

对自动控制系统的性能要求

由于实际物理系统一般都含有储能元件或惯性元件，系统的输出量和反馈量总是迟于输入量的变化。因此，当输入量发生变化时，输出量从原平衡状态变化到新平衡状态总是要经历一定时间。在输入量的作用下，系统的输出变量由初始状态达到最终稳态的中间变化过程称为动态过程，又称瞬态过程。动态过程结束后的输出响应称为稳态过程。系统的输出响应由动态过程和稳态过程两部分组成。

不同的控制对象、工作方式和控制任务，对系统的性能要求也往往不相同。一般来说，对系统性能的基本要求可以归纳为三个字：稳、准、快。

(1) 稳是指系统的稳定性。稳定性是系统重新恢复平衡状态的能力。任何一个能够正常工作的控制系统，首先必须是稳定的。稳定是对自动控制系统的最低要求。

并不是只要连接成负反馈形式后系统就一定能正常工作，若系统设计不当或参数调整不合理，系统的响应过程可能出现振荡，甚至发散。如图 1-8 中曲线 3、曲线 4 和曲线 5 所示，系统遇到这几种情况就称系统不稳定。

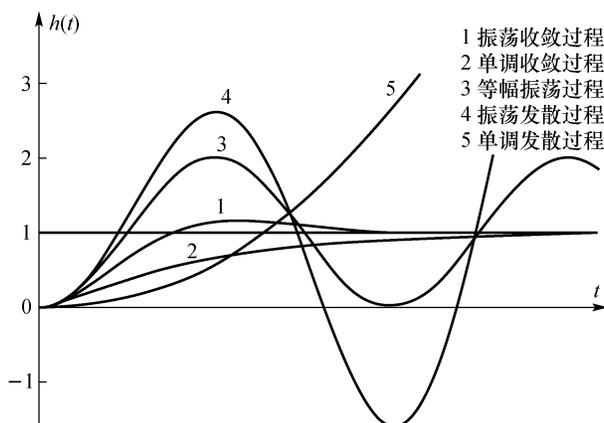


图 1-8 系统的单位阶跃响应过程

### 提醒

不稳定的系统是无法使用的，系统激烈而持久的振荡会导致功率元件过载，甚至使设备损坏而发生事故，这是绝不允许的。

(2) 准是对系统稳态(静态)性能的要求。对一个稳定的系统而言，动态过程结束后，系统输出量的实际值与期望值之差称为稳态误差，它是衡量系统控制精度的重要指标。稳态误差越小，表示系统的准确性越好，控制精度越高。

(3) 快是对系统动态性能(瞬态过程性能)的要求。描述系统动态性能可以用平稳性和快速性加以衡量。其中，平稳是指系统由初始状态运动到新的平衡状态时，具有较小的超调量和振荡性；快速是指系统运动到新的平衡状态所需要的调节时间较短。动态性能是衡量系统质量高低的重要指标。

由于被控对象的具体情况不同，各种系统对3项性能指标的要求应有所侧重。例如，恒值系统一般对稳态性能的限制比较严格，随动系统一般对动态性能的要求较高。

对于同一个系统，上述3项性能指标之间往往是相互制约的。提高过程的快速性，可能会引起系统强烈振荡；改善了平稳性，控制过程又可能很迟缓，甚至使最终精度也很差。分析和解决这些矛盾，将是本课程讨论的重要内容。

## 任务四 自动控制的发展及本课程的要求

### 任务描述

了解自动控制的发展过程；  
理解本课程的学习任务。

### 任务分析

自动控制的发展过程正是人类认知自动控制客观规律的过程，本任务主要是通过了解自动控制的发展过程和明确本课程学习目标为后续课程做准备。

### 一、自动控制的发展

自动控制理论是在人类征服自然的生产实践活动中孕育、产生，并随着社会生产和科学技术的进步而不断发展、完善起来的。自动控制理论研究的是如何按被控对象和环境特征，通过能动地采集和运用信息，并对其施加控制作用，使系统在变化或不确定的条件下正常运行，并

具有预定功能。自动控制理论是研究自动控制共同规律的技术科学，其主要内容涉及被控对象、环境特征、控制目标和控制手段以及它们之间的相互作用。

1788年，英国人瓦特在他发明的蒸汽机上使用了离心调速器，解决了蒸汽机的速度控制问题，引起了人们对控制技术的重视。之后，人们曾经试图改善调速器的准确性，却常常导致系统产生振荡。实践中出现的问题，促使科学家们从理论上进行探索研究。1868年，英国物理学家麦克斯韦(J. C. Maxwell)通过对调速系统线性常微分方程的建立和分析，解释了瓦特速度控制系统中出现的稳定性问题，开辟了用数学方法研究控制系统的途径。1877年和1895年，英国数学家劳斯(E. J. Routh)和德国数学家古尔维茨(A. Hurwitz)分别建立了直接根据代数方程的系数判别系统稳定性的准则。这些方法奠定了经典控制理论中时域分析法的基础。

1932年，美国物理学家奈奎斯特(H. Nyquist)研究了长距离电话线信号传输中出现的失真问题，运用复变函数理论建立了以频率特性为基础的稳定性判据，奠定了频率响应法的基础。随后，伯德(H. W. Bode)和尼柯尔斯(N. B. Nichols)在20世纪30年代末到20世纪40年代初进一步将频率响应法加以发展，形成了经典控制理论的频域分析法。

1948年，美国科学家伊万斯(W. R. Evans)创立了根轨迹分析方法，为分析系统性能随系统参数变化的规律性提供了有力工具，被广泛应用于反馈控制系统的分析和设计中。

从20世纪20年代到20世纪40年代形成了以传递函数作为描述系统的数学模型，以时域分析法、根轨迹法和频域分析法为主要分析设计工具，构成了经典控制理论的基本框架。

20世纪60年代以来，随着计算机技术的发展和航天等高科技的推动，又产生了基于状态空间模型的现代控制理论。

随着自动化技术的发展，人们力求使设计的控制系统达到最优的性能指标，为了使系统在一定的约束条件下，其某项性能指标达到最优而实行的控制称为最优控制。

当对象或环境特性变化时，为了使系统能自行调节，以跟踪这种变化，并保持良好的品质，又出现了自适应控制。

虽然现代控制理论的内容很丰富，与古典控制理论相比，它能解决更多更复杂的控制问题，但对于单输入-单输出线性定常系统而言，用古典控制理论来分析和设计，仍是最实用、最方便的。

真正优良的设计必须允许模型的结构和参数不精确并可能在一定范围内变化，即具有鲁棒性。这是当前的重要前沿课题之一。另外，使理论实用化的一个重要途径就是数学模拟(仿真)和计算机辅助设计(CAD)。

前面谈到的主要是针对线性系统的控制理论。近年来，在非线性和离散事件系统、大系统和复杂系统理论等方面均有不同程度的发展。智能控制在实用方面也得到了很快的发展，它主要包括专家系统、模糊控制和人工神经网络等内容。

控制理论目前还在向更纵深、更广阔的领域发展，无论是在数学工具、理论基础，还是在研究方法上都产生了实质性的飞跃，在信息与控制学科研究中注入了蓬勃的生命力，启发并扩展了人的思维方式，引导人们去探讨自然界更为深刻的运动机理。控制理论的深入发展，必将

有力地推动社会生产力的发展，提高人民的生活水平，促进人类社会的向前发展。

## 二、本课程的研究内容

自动控制原理是一门研究自动控制共同规律的工程技术科学，是研究自动控制技术的基础理论。自动控制系统虽然种类繁多，形式不同，但所研究的内容和方法却是类似的。本课程的研究内容主要分为系统分析和系统设计两个方面。



本课程的研究内容

### 1. 系统分析

系统分析是指在控制系统结构参数已知、系统数学模型建立的前提下，判定系统的稳定性，计算系统的动态和静态性能指标，研究系统性能与系统结构、参数之间的关系。

### 2. 系统设计

系统设计是在给出被控对象及其技术指标要求的情况下，寻求一个能完成控制任务、满足技术指标要求的控制系统。在控制系统的主要元件和结构形式确定的前提下，设计任务往往需要改变系统的某些参数，有时还要改变系统的结构，选择合适的校正装置，计算、确定其参数，加入系统之中，使其满足预定的性能指标要求。这个过程称为系统的校正。

设计问题要比分析问题更为复杂。首先，设计问题的答案往往并不唯一，对系统提出的同样一组要求，往往可以采用不同的方案来满足；其次，在选择系统的结构和参数时，往往会出现相互矛盾的情况，需要进行折中，同时必须考虑控制方案的可实现性和实现方法；最后，设计时还要通盘考虑经济性、可靠性、安装工艺和使用环境等各个方面的问题。

分析和设计是两个不同的命题。分析系统的目的在于了解和认识已有的系统。对于从事自动控制的工程技术人员而言，更重要的工作是设计系统，改造那些性能指标未达到要求的系统，使其能够完成确定的工作。

## 项目小结

本章从人工控制和自动控制的比较入手，通过具体的自动控制系统，介绍了控制系统的组成和工作原理，从而使读者熟悉和了解自动控制的基本概念和有关的名词、术语。

自动控制系统的分类方法有很多种，其中最常见的是按照系统输入信号的时间特性进行分类，可分为恒值控制系统和随动控制系统。

控制系统按其是否存在反馈可分为开环控制系统和闭环控制系统。闭环控制系统又称为反馈控制系统，其主要特点是将系统输出量经测量后反馈到系统输入端，与输入信号进行比较得到偏差，由偏差产生控制作用，控制的结果是使被控量朝着减少偏差或消除偏差的方向运动。

在分析系统的工作原理时，应注意控制装置各组成部分的功能，以及在系统中如何完成其相应的工作，并能用方框图对系统进行分析。

对自动控制系统的基本要求是：系统必须是稳定的；系统的稳定控制精度要高（稳态误差要小）；系统的响应过程要平稳快速。这些要求可归纳成稳、准、快三个方面。

## 项目习题

1. 试阐述下列术语的意义，并举例说明：

自动控制；控制装置与被控对象；给定值与被控量；开环控制与闭环控制；线性系统与非线性系统；连续系统与采样系统；恒值系统与随动系统；稳定性、快速性和准确性。

2. 试列举开环控制和闭环控制的例子，并说明其工作原理。

3. 根据图 1-9 所示的电动机速度控制系统工作原理图，完成以下题目。

(1) 将  $a$ ,  $b$  与  $c$ ,  $d$  用线连接成负反馈状态。

(2) 画出系统方框图。

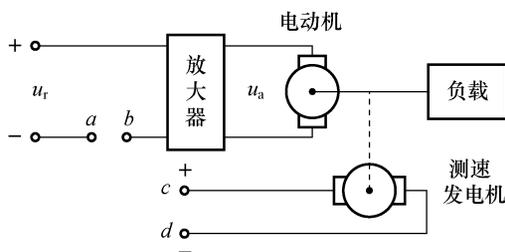


图 1-9 3 题图

4. 图 1-10 所示是仓库大门自动开闭控制系统原理图。试说明系统自动控制大门开、闭的工作原理，并画出系统方框图。

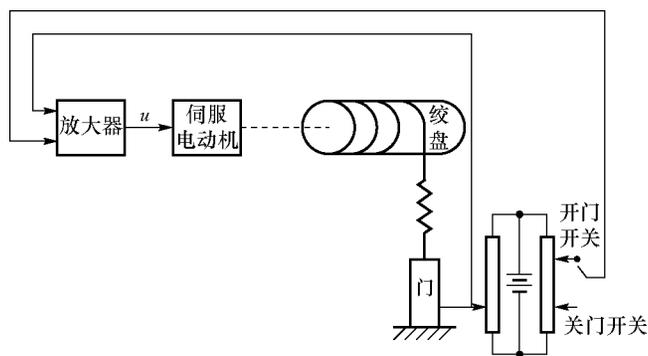


图 1-10 4 题图

5. 图 1-11 所示的系统均为电压调节系统。假设空载时两系统发电机的端电压均为 110 V，试问带上负载后，图 1-11 中哪个能保持 110 V 不变？哪个电压会低于 110 V？为什么？

6. 图 1-12 所示为水温控制系统原理图。冷水在热交换器中由通入的蒸气加热，从而得到

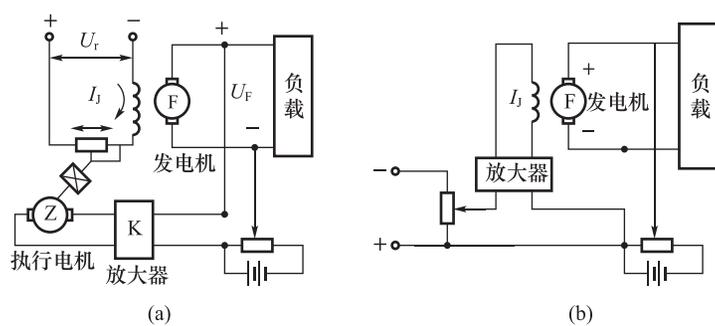


图 1-11 5 题图

一定温度的热水。冷水流量变化用流量计测量。试绘制系统方框图，并说明为了保持热水温度为期望值，系统是如何工作的？系统的被控对象和控制装置各是什么？

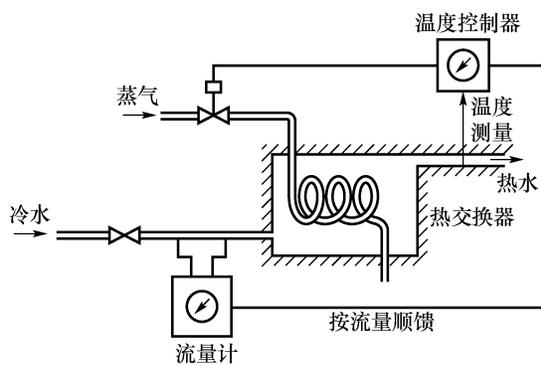


图 1-12 6 题图

# 项目二

## 控制系统数学模型的建立及应用

- 任务一 微分方程的建立及分析
- 任务二 传递函数的建立及分析
- 任务三 动态结构图的建立及分析
- 任务四 反馈控制系统的传递函数

控制系统的数学模型，是描述系统输入、输出变量以及内部各变量之间关系的数学表达式。建立描述控制系统的数学模型，是控制理论分析与设计的基础。一个系统，无论它是机械的、电气的、热力的、液压的，还是化工的，都可以用微分方程加以描述。对这些微分方程求解，就可以获得系统在输入作用下的响应(即系统的输出)。对数学模型的要求是，既要能准确地反映系统的动态本质，又要便于系统的分析和计算工作。

建立控制系统的数学模型，一般采用解析法和实验法。解析法是对系统各部分的运动机理进行分析，根据所依据的物理规律或化学规律(例如，电学中有基尔霍夫定律、力学中有牛顿定律、热力学中有热力学定律等)分别列写相应的运动方程。实验法是人为地给系统施加某种测试信号，记录其输出响应，并用适当的数学模型去逼近，这种方法又称为系统辨识。近些年来，系统辨识已发展成一门独立的学科分支。本章主要采用解析法建立系统的数学模型。

数学模型有多种形式。时域中常用的数学模型有微分方程、差分方程和状态方程；复域中有传递函数、结构图；频域中有频率特性等。本项目只研究微分方程、传递函数和结构图数学模型的建立及应用。

## 任务一 微分方程的建立及分析

### 任务描述

掌握控制系统或元部件微分方程的建立方法及步骤，并能够对其进行分析。

### 任务分析

一个系统通常是由一些环节连接而成的，先将系统中的每个环节的微分方程求出来，然后将这些微分方程联立，消除中间变量，便可求出整个系统的微分方程。建立了系统微分方程以后，为了从理论上对系统的动态过程进行分析，还必须求解微分方程。在工程实践中，常采用拉氏变换法求解线性常微分方程。

### 一、系统或元部件微分方程的建立步骤

用解析法列写系统或元部件微分方程的一般步骤如下。

- (1)根据系统的具体工作情况，确定系统或元部件的输入变量和输出变量。
- (2)从输入端开始，按照信号的传递顺序，依据各变量所遵循的物理(或化学)定律，列写出各元部件的动态方程，一般为微分方程组。
- (3)消去中间变量，写出输入、输出变量的微分方程。
- (4)将微分方程标准化，即将与输入有关的各项放在等号右侧，与输出有关的各项放在等

号左侧，并按降幂排列。

## 二、线性系统或线性元部件微分方程的建立

下面举例说明建立微分方程的步骤和方法。

**【例 2-1】** RLC 无源网络如图 2-1 所示， $R$ 、 $L$ 、 $C$  分别为电阻、电感、电容。试列写输入电压  $u_r$  与输出电压  $u_c$  之间的微分方程。

**解：**这是一个电学系统，根据基尔霍夫定律可写出

$$u_r(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + u_c(t) \quad (2-1)$$

$$i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} \quad (2-2)$$

消去式(2-1)和式(2-2)的中间变量  $i(t)$ ，整理可得

$$LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t) \quad (2-3)$$

假定  $R$ 、 $L$ 、 $C$  都是常数，则式(2-3)即为二阶常系数线性微分方程。令  $T^2 = LC$ ， $2\xi T = RC$ ，则有

$$T = \sqrt{LC}, \quad \xi = R\sqrt{C}/(2\sqrt{L}) \quad (2-4)$$

式中， $T$  表示 RLC 无源网络的时间常数； $\xi$  表示阻尼系数。

将式(2-4)代入式(2-3)，整理可得标准形式为

$$T^2 \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t) \quad (2-5)$$

若令  $\omega_n = \frac{1}{T}$  (自然频率)，可将式(2-5)表示为另一种标准形式：

$$\frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{du_c(t)}{dt} + \omega_n^2 u_c(t) = \omega_n^2 u_r(t)$$

**【例 2-2】** 弹簧-质量-阻尼器系统如图 2-2 所示。其中， $K$  为弹簧的弹性系数， $f$  为阻尼器的阻尼系数， $m$  表示小车的质量。如果忽略小车与地面的摩擦，试列写以外力  $F(t)$  为输入，以位移  $y(t)$  为输出的系统微分方程。

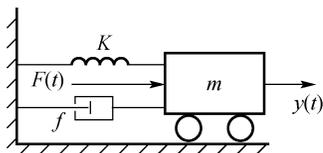


图 2-2 弹簧-质量-阻尼器系统



图 2-3 受力分析

**解：**这是一个力学系统。首先对小车进行隔离体受力分析，如图 2-3 所示。在水平方向应用牛顿第二定律可写出

$$F(t) - f \frac{dy(t)}{dt} - Ky(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \quad (2-6)$$

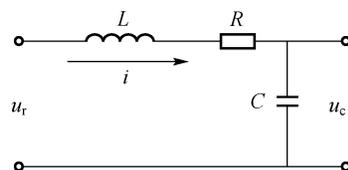


图 2-1 RLC 无源网络



线性系统或线性元  
部件微分方程的建立

若令  $T = \sqrt{\frac{m}{K}}$ ,  $\xi = \frac{f}{2\sqrt{mK}}$ , 则可将式(2-6)写成如下标准形式:

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{F(t)}{K}$$

从上述系统或元件的微分方程可以看出,不同类型的元件或系统可具有形式相同的数学模型。例如,【例 2-1】和【例 2-2】系统的数学模型均是二阶微分方程。我们称这些物理系统为相似系统,相似系统揭示了不同物理现象间的相似关系,也为控制系统的计算机仿真提供了基础。

## 任务二 传递函数的建立及分析

### 任务描述

- 掌握建立系统传递函数模型的方法;
- 了解一些常用控制元件的传递函数;
- 明确典型环节的传递函数模型。

### 任务分析

传递函数是在拉氏变换基础上的复数域中的数学模型。传递函数不仅可以表征系统的动态特性,而且可以用来研究系统的结构或参数变化对系统性能的影响。

### 一、传递函数

控制系统的微分方程是在时间域描述系统动态性能的数学模型,在给定外作用及初始条件下,求解微分方程可以得到系统输出响应的全部时间信息。这种方法直观、准确,但是如果系统的结构改变或某个参数变化,就要重新列写并求解微分方程,这样不便于对系统进行分析和设计。

经典控制理论中,广泛应用的根轨迹法和频域分析法就是以传递函数为基础建立起来的,因此,传递函数是经典控制理论中最基本也是最重要的数学模型。

#### 1. 传递函数的定义

传递函数是指在零初始条件下,线性定常系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。线性定常系统的微分方程一般形式为

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dc(t)}{dt} + a_0 c(t) =$$



传递函数的定义

$$b_m \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dr(t)}{dt} + b_0 r(t) \quad (2-7)$$

式中,  $c(t)$  为输出量;  $r(t)$  为输入量;  $a_n, a_{n-1}, \cdots, a_0$  及  $b_m, b_{m-1}, \cdots, b_0$  均为由系统结构、参数决定的常系数。

在零初始条件下, 对式(2-7)两端进行拉氏变换, 可得相应的代数方程为

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0) C(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0) R(s)$$

则系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (m \leq n) \quad (2-8)$$

零初始条件有两方面含义: 一是指输入是在  $t=0$  以后才作用于系统, 因此, 系统输入量及其各阶导数在  $t \leq 0$  时均为零; 二是指输入作用于系统之前, 系统是“相对静止”的, 即系统输出量及各阶导数在  $t \leq 0$  时的值也为零。大多数实际工程系统都满足这样的条件。零初始条件的规定不仅能简化运算, 而且有利于在同等条件下比较系统性能。

**【例 2-3】** 试求【例 2-1】中的 RLC 无源网络的传递函数。

**解:** 由【例 2-1】式(2-3)可知, RLC 无源网络的微分方程为

$$LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t) \quad (2-9)$$

在零初始条件下, 对式(2-9)两端取拉氏变换, 整理可得传递函数为

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

## 2. 传递函数的性质

(1) 传递函数是复变量  $s$  的有理真分式, 它具有复变函数的所有性质。因为实际物理系统总是存在惯性, 并且能源功率有限, 所以实际系统传递函数的分母阶次  $n$  总是大于或等于分子阶次  $m$ , 即  $n \geq m$ 。

(2) 传递函数只取决于系统的结构参数, 而与外力作用无关。

(3) 传递函数与微分方程有直接联系。

(4) 传递函数的拉氏反变换即为系统的脉冲响应, 因此传递函数能反映系统的运动特性。

由于单位脉冲函数的拉氏变换式为 1 (即  $R(s) = L[\delta(t)] = 1$ ), 因此有

$$k(t) = L^{-1}[G(s)] = L^{-1} \left[ \frac{C(s)}{R(s)} \right] = L^{-1}[C(s)] \quad (2-10)$$

### 提醒

应当注意传递函数的局限性及适用范围。传递函数是从拉氏变换导出的, 拉氏变换是一种线性变换, 因此传递函数只适用于描述线性定常系统。传递函数是在零初始条件下定义的, 它不能反映非零初始条件下系统的自由响应运动规律。

## 二、常用控制元件的传递函数

不同的自动控制系统，其物理结构可能差别很大，但若从系统的数学模型来看，一般可将其看作由若干个典型环节所组成。研究和掌握这些典型环节的特性有助于对系统性能的了解。

### 1. 比例环节

具有比例运算关系的元部件称为比例环节。其输出量按一定比例复现输入量，无滞后、失真现象。比例环节的微分方程为

$$c(t) = Kr(t) \quad (2-11)$$

式中， $K$  为放大系数。

对式(2-11)取拉氏变换，可得

$$C(s) = KR(s)$$

因此，比例环节的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = K \quad (2-12)$$

比例环节的方框图如图 2-4 所示。比例环节的实例如图 2-5 所示。

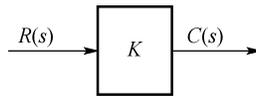


图 2-4 比例环节方框图

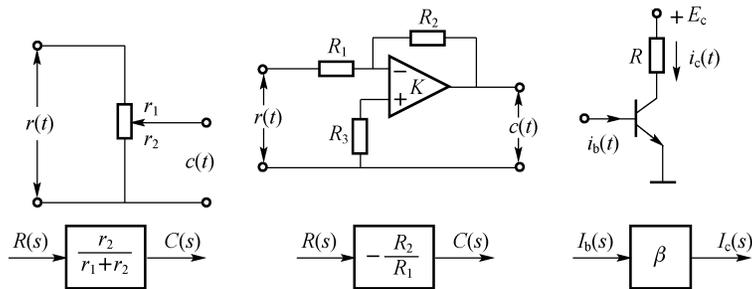


图 2-5 比例环节实例

### 2. 惯性环节

惯性环节的微分方程是一阶的，且输出响应需要一定的时间才能达到稳态值，故称为一阶惯性环节。此环节中含有一个独立的储能元件，以致对突变的输入来说，输出不能立即复现，存在时间上的延迟。

惯性环节的微分方程为

$$T \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = Kr(t) \quad (2-13)$$

式中， $T$  为时间常数， $K$  为比例系数。

对式(2-13)取拉氏变换，可得

$$T_s C(s) + C(s) = KR(s)$$

因此，惯性环节的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{T_s + 1} \quad (2-14)$$

当  $R(s) = \frac{1}{s}$  时， $C(s) = \frac{K}{T_s + 1} \cdot \frac{1}{s}$ ，在单位阶跃信号作用下的响应为

$$c(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T_s}})$$

当  $K=1$  时，惯性环节的方框图如图 2-6 所示。惯性环节的实例如图 2-7 所示。

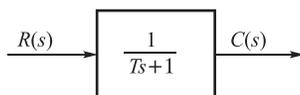


图 2-6 惯性环节方框图

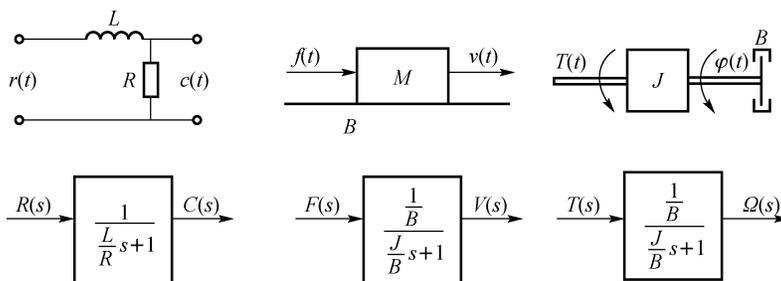


图 2-7 惯性环节实例

### 3. 积分环节

符合积分运算关系的环节称为积分环节。在动态过程中，输出量的变化速度和输入量成正比。

积分环节的微分方程为

$$T \frac{dc(t)}{dt} = r(t) \quad (2-15)$$

式中， $T$  为积分时间常数。

对微分方程取拉氏变换，可得

$$T_s C(s) = R(s)$$

因此，积分环节的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{T_s} \quad (2-16)$$

式(2-16)称为积分环节的标准式。图 2-8 所示为积分环节方框图。

当  $R(s) = \frac{1}{s}$  时， $C(s) = \frac{1}{T_s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{T_s^2}$ ，积分环节的单位阶跃

响应为

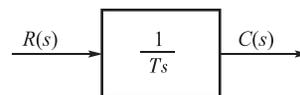


图 2-8 积分环节方框图

$$c(t) = \frac{1}{T}t$$

#### 4. 微分环节

符合微分运算关系的环节称为微分环节。在动态过程中，输出量正比于输入量的变化速度。

理想微分环节的微分方程为

$$c(t) = T \frac{dr(t)}{dt} \quad (2-17)$$

式中， $T$  为微分时间常数。

对微分方程取拉氏变换，整理可得微分环节的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = Ts \quad (2-18)$$

理想微分环节的方框图如图 2-9 所示。其单位阶跃响应为

$$c(t) = T\delta(t)$$

在实际的物理装置中，是不存在理想的微分环节的。但在实践中，常可得到近似理想的微分环节。近似理想微分环节的实例如图 2-10 所示。它由运算放大器构成，其中  $G(s) = -RCs$ 。

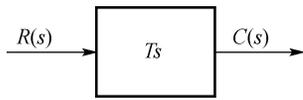


图 2-9 理想微分环节方框图

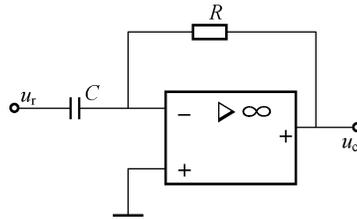


图 2-10 近似理想微分环节实例图

实际中，微分特性总是含有惯性的，具有这种特性的微分环节称为实用微分环节。其单位阶跃响应的拉氏变换式为

$$C(s) = \frac{Ts}{Ts+1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s + \frac{1}{T}} \quad (2-19)$$

对上式取拉氏反变换，可得

$$c(t) = e^{-\frac{t}{T}} \quad (2-20)$$

#### 5. 振荡环节

振荡环节是由二阶微分方程描述的系统。它包含两个独立的储能元件，当输入量发生变化时，两个储能元件的能量进行交换，使输出带有振荡的性质。

振荡环节的微分方程为

$$T^2 \frac{d^2c(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t) \quad (2-21)$$

式中， $T$  为时间常数； $\xi$  为阻尼比。

振荡环节的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} \quad (2-22)$$

也可写成

$$G(s) = \frac{\frac{1}{T^2}}{s^2 + \frac{2\xi}{T}s + \frac{1}{T^2}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2-23)$$

式中,  $\omega_n = \frac{1}{T}$  为振荡环节的无阻尼自然振荡频率。

振荡环节的方框图如图 2-11 所示。

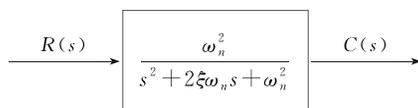


图 2-11 振荡环节方框图

## 6. 时滞环节

时滞环节也称延迟环节。其输出波形与输入波形相同, 但延迟了时间。时滞环节的存在对系统的稳定性不利。

时滞环节的数学表达式为

$$c(t) = r(t - \tau) \cdot 1(t - \tau) \quad (2-24)$$

式中,  $\tau$  为延迟时间。

由此可得, 时滞环节的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = e^{-\tau s} = \frac{1}{e^{\tau s}} \quad (2-25)$$

时滞环节的方框图如图 2-12 所示。

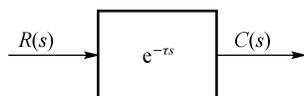


图 2-12 时滞环节方框图

### 提醒

建立“典型环节”概念便于分析系统。可以认为典型环节是构成系统传递函数的最基本单元, 任何系统的传递函数都可以看成是由典型环节组合而成的。

## 三、传递函数的标准形式

传递函数通常表示为式(2-8)形式的有理分式, 根据系统分析的需要, 也常表示为首 1 标准

型或尾 1 标准型。

### 1. 首 1 标准型(零、极点形式)

将传递函数(2-8)的分子、分母最高次项(首项)系数均化为 1, 表示为

$$G(s) = \frac{K^* \prod_{j=1}^m (s - z_j)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} \quad (2-26)$$

的形式, 称为首 1 标准型。因式分解后也称为传递函数的零、极点形式。式中,  $z_1, z_2, \dots, z_m$  为传递函数分子多项式等于零的根, 称为传递函数的零点;  $p_1, p_2, \dots, p_n$  为传递函数分母多项式等于零的根, 称为传递函数的极点。

### 2. 尾 1 标准型(典型环节形式)

将传递函数(2-8)的分子、分母最低次项(尾项)系数均化为 1, 表示为

$$G(s) = K \frac{\prod_{k=1}^{m_1} (\tau_k s + 1) \prod_{l=1}^{m_2} (\tau_l^2 s^2 + 2\xi\tau_l s + 1)}{s^v \prod_{i=1}^{n_1} (T_i s + 1) \prod_{j=1}^{n_2} (T_j^2 s^2 + 2\xi T_j s + 1)} \quad (2-27)$$

的形式, 称为尾 1 标准型(简称尾 1 型)。因式分解后也称为传递函数的典型环节形式。式中, 每个因子都对应一个典型环节, 这里,  $K$  称为系统增量。  $K$  与  $K^*$  的关系为

$$K = \frac{K^* \prod_{j=1}^m |z_j|}{\prod_{i=1}^n |p_i|}$$

**【例 2-4】** 已知某传递函数为  $G(s) = \frac{30(s+2)}{s(s+3)(s^2+2s+2)}$ 。

- (1) 求系统的增益  $K$ 。
- (2) 求系统的微分方程。
- (3) 画出系统的零、极点分布图。

**解:** (1)  $K = \frac{30 \times 2}{3 \times 2} = 10$

$$\begin{aligned} (2) G(s) &= \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{30(s+2)}{s(s+3)(s^2+2s+2)} \\ &= \frac{30(s+2)}{s^4+5s^3+8s^2+6s} \end{aligned}$$

可得  $(s^4+5s^3+8s^2+6s)C(s) = 30(s+2)R(s)$

在零初始条件下, 进行拉氏反变换可得系统的微分方程为

$$\frac{d^4 c(t)}{dt} + 5 \frac{d^3 c(t)}{dt} + 8 \frac{d^2 c(t)}{dt} + 6 \frac{dc(t)}{dt} = 30 \frac{dr(t)}{dt} + 60r(t)$$

(3) 系统的零、极点分布图如图 2-13 所示。

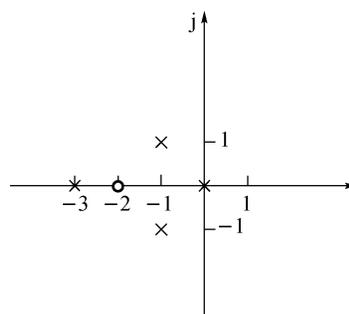


图 2-13 系统零、极点分布图

## 任务三 动态结构图的建立及分析

### 任务描述

掌握系统动态结构图的建立方法和步骤；  
能应用动态结构图等效率变换的法则解决实际问题；  
了解梅逊增益公式及其应用。

### 任务分析

结构图不仅能清楚地表明系统的组成和信号的传递方向，而且能清楚地表示系统信号传递过程中的数学关系，它是一种图形化的系统数学模型，在控制理论中应用很广。

### 一、动态结构图的建立

微分方程和传递函数都是系统的数学模型。在求微分方程和传递函数时，都需要用消元的方法消去中间变量，这不仅是一项乏味费时的工作，而且消元之后只剩下系统的输入和输出两个变量，不能直观地显示出系统中其他变量间的关系以及信号在系统中的传递过程。而动态结构图是系统数学模型的另一种形式，用它来表示控制系统，不仅能简明地表示出系统中各变量之间的数学关系及信号的传递过程，也能根据下述的等效变换原则，方便地求出系统的传递函数。

对于无源网络，利用复阻抗的概念可直接建立系统的动态结构图。

**【例 2-5】** 如图 2-14 所示， $u_r$ 、 $u_c$  分别是 RC 无源网络的输入、输出电压，试建立相应的电路结构图。

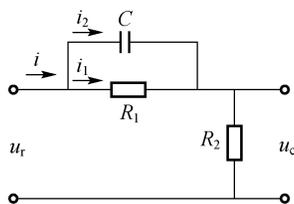


图 2-14 RC 无源网络



动态结构图的建立

**解：**根据基尔霍夫定律，可写出以下方程

$$U_r(s) - U_c(s) = U_1(s)$$

$$I(s) = \frac{U_1(s)}{R_1 / (Cs)} = \frac{1 + R_1 Cs}{R_1} U_1(s)$$

$$U_c(s) = R_2 I(s)$$

根据各方程可绘出相应的子结构图，分别如图 2-15(a)、(b)和(c)所示；按信号的传递顺序，将各子结构图依次连接起来，便可得到 RC 无源网络的结构图，如图 2-15(d)所示。

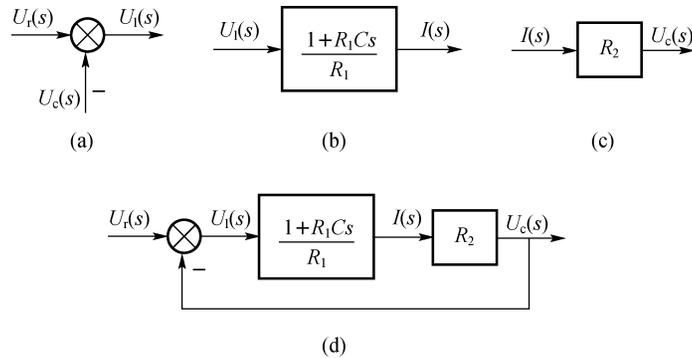


图 2-15 RC 无源网络结构图

**【例 2-6】** 试绘制电枢控制式直流电动机系统的结构图。

**解：**电枢控制式直流电动机的微分方程主要是由电枢回路的电压平衡方程和电动机轴上的转矩平衡方程所组成，表示如下：

$$u_a(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + C_e \omega$$

$$J_m \frac{d\omega(t)}{dt} + f_m \omega(t) = C_m i_a(t) - M_c(t)$$

在零初始条件下，分别对以上两式的两端进行拉氏变换，并整理可得如下方程：

$$[U_a(s) - C_e \Omega(s)] \frac{1}{L_a s + R_a} = I_a(s) \quad (2-28)$$

$$\Omega(s) = \frac{1}{J_m s + f_m} [C_m I_a(s) - M_c(s)] \quad (2-29)$$

根据式(2-28)和式(2-29)，按照信号的传递顺序，可绘出电枢控制式直流电动机的系统结构图，如图 2-16 所示。

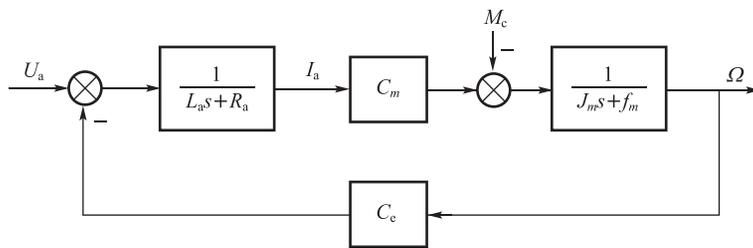


图 2-16 电枢控制式直流电动机系统结构

由例题可见，一般系统的动态结构图由信号线、综合点、方框和引出点 4 种基本符号构成。其中，信号线上的箭头表示信号传递的方向；综合点又叫比较点，表示两个及以上信号的代数求和；方框中表明此环节的传递函数；引出点表示将同一个信号分路引出。动态结构图反映了系统的输入、输出以及其他变量之间的数学关系。

绘制动态结构图的一般步骤为：

- (1) 确定各元件或环节的传递函数。
- (2) 绘出各环节的动态方框图，方框中标出其传递函数，并以箭头和字母标明其输入量和输出量。
- (3) 根据信号在系统中的流向，依次将各方框图连接起来。

## 二、动态结构图的等效变换

结构图是从具体系统中抽象出来的数学结构图形，当只讨论系统的输入、输出特性，而不考虑它的具体结构时，完全可以对其进行必要的变换，当然，这种变换必须是“等效的”，应使变换前、后输入量与输出量之间的传递函数保持不变。下面依据等效原理推导结构图变换的一般法则。

### 1. 串联环节的等效变换

图 2-17(a) 表示两个环节串联的结构。图 2-17(b) 所示为其等效结构图。

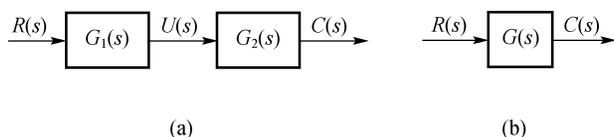


图 2-17 两个环节串联的等效变换

由图 2-17(a) 可写出

$$C(s) = G_2(s)U(s) = G_2(s)G_1(s)R(s)$$

所以两个环节串联后的等效传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = G_2(s)G_1(s) \quad (2-30)$$

上述结论可以推广到任意个环节串联的情况，即环节串联后的总传递函数等于各个串联环节传递函数的乘积。

### 2. 并联环节的等效变换

图 2-18(a) 表示两个环节并联的结构。图 2-18(b) 所示为其等效结构图。

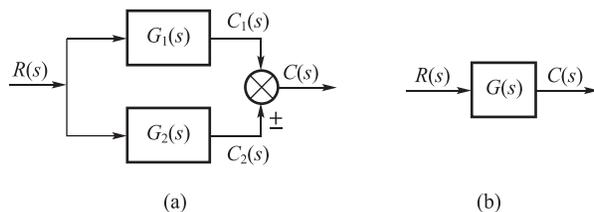


图 2-18 两个环节并联的等效变换

由图 2-18(a) 可写出

$$C(s) = G_1(s)R(s) \pm G_2(s)R(s) = [G_1(s) \pm G_2(s)]R(s)$$

所以两个环节并联后的等效传递函数为

$$G(s) = G_1(s) \pm G_2(s) \quad (2-31)$$

上述结论可以推广到任意个环节并联的情况，即环节并联后的总传递函数等于各个并联环节传递函数的代数和。

### 3. 反馈连接的等效变换

图 2-19(a)所示为反馈连接的一般形式。图 2-19(b)所示为其等效结构图。

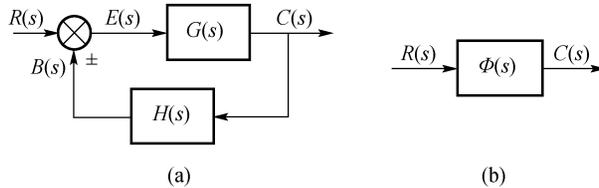


图 2-19 反馈连接的等效变换

由图 2-19(a)可写出

$$C(s) = G(s)E(s) = G(s)[R(s) \pm B(s)] = G(s)[R(s) \pm H(s)C(s)]$$

可得

$$C(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}R(s)$$

所以反馈连接后的等效(闭环)传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)} \quad (2-32)$$

当反馈通道的传递函数  $H(s)=1$  时，称相应系统为单位反馈系统。此时，闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)} \quad (2-33)$$

### 4. 比较点和引出点的移动

在结构图简化过程中，当系统中出现信号交叉时，需要移动比较点或引出点的位置，这时应注意保持移动前后信号传递的等效性。表 2-1 汇集了结构图等效变换的基本规则，可供参考。

表 2-1 结构图等效变换基本规则

| 变换方式 | 原结构图 | 等效结构图 | 等效运算关系                           |
|------|------|-------|----------------------------------|
| 串联   |      |       | $C(s) = G_1(s)G_2(s)R(s)$        |
| 并联   |      |       | $C(s) = [G_1(s) \pm G_2(s)]R(s)$ |

续表

| 变换方式         | 原结构图 | 等效结构图 | 等效运算关系  |
|--------------|------|-------|---|
| 反馈           |      |       | $C(s) = \frac{G(s)R(s)}{1 \pm G(s)H(s)}$                      |
| 比较点前移        |      |       | $C(s) = R(s)G(s) \pm Q(s) = [R(s) \pm \frac{Q(s)}{G(s)}]G(s)$ |
| 比较点后移        |      |       | $C(s) = [R(s) \pm Q(s)]G(s) = R(s)G(s) \pm Q(s)G(s)$          |
| 引出点前移        |      |       | $C(s) = G(s)R(s)$   |
| 引出点后移        |      |       | $C(s) = R(s)G(s) \frac{1}{G(s)}$<br>$C'(s) = G(s)R(s)$        |
| 比较点与引出点之间的移动 |      |       | $C(s) = R_1(s) \pm R_2(s)$                                    |

**【例 2-7】** 简化图 2-20 所示系统的结构图，求系统的闭环传递函数  $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ 。

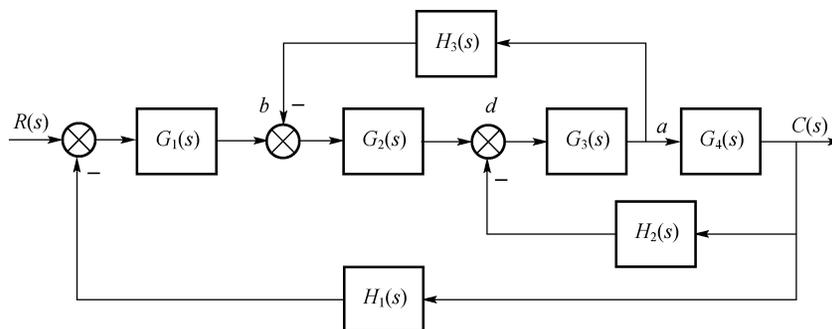


图 2-20 系统的结构图

**解：**这是一个多回路系统。可以有多种解题方法，这里从内回路到外回路逐步化简。第一步，将引出点 a 后移，比较点 b 后移，即将图 2-20 简化成图 2-21(a) 所示结构。

第二步，将图 2-21(a)中  $H_3(s)$ 和  $\frac{G_2(s)}{G_4(s)}$  串联后与  $H_2(s)$  并联，再和串联的  $G_3(s)$ ， $G_4(s)$  组成反馈回路，进而简化成图 2-21(b)所示结构。

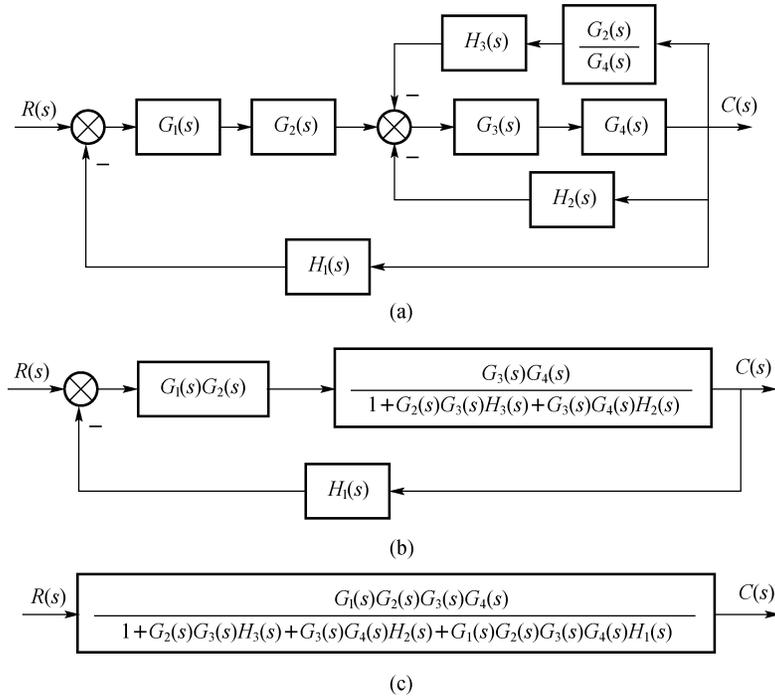


图 2-21 结构图等效变换过程

第三步，对图 2-21(b)中的回路再进行串联及反馈变换，使之成为图 2-21(c)所示形式。最后可得系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)H_3(s) + G_3(s)G_4(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)H_1(s)}$$

### 三、梅逊增益公式

对于一些结构复杂的系统，采用结构图化简的方法求系统的传递函数是较麻烦的。而采用梅逊(Mason)增益公式，则可以不作任何结构变换，只要通过对信号流图或动态结构图的观察和分析，就能直接写出系统的传递函数。

计算任意输入节点和输出节点之间传递函数  $G(s)$  的梅逊增益公式为

$$G(s) = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n P_k \Delta_k \tag{2-34}$$

式中， $\Delta$ ——特征式，其计算公式为  $\Delta = 1 - \sum L_a + \sum L_b L_c - \sum L_d L_e L_f + \dots$ ；

$\sum L_a$ ——所有不同回路的回路增益之和；

$\sum L_b L_c$ ——所有两两互不接触回路的回路增益乘积之和；

$\sum L_d L_e L_f$ ——所有互不接触回路中，每次取其中三个回路增益的乘积之和；

$n$ ——从输入节点到输出节点间前向通路的条数；

$P_k$ ——从输入节点到输出节点间第  $k$  条前向通路的总增益；

$\Delta_k$ ——第  $k$  条前向通路的余子式，即把特征式中与该前向通路相接触回路的回路增益置为零后，所余下的部分。

【例 2-8】 试求图 2-22 所示系统的传递函数  $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。

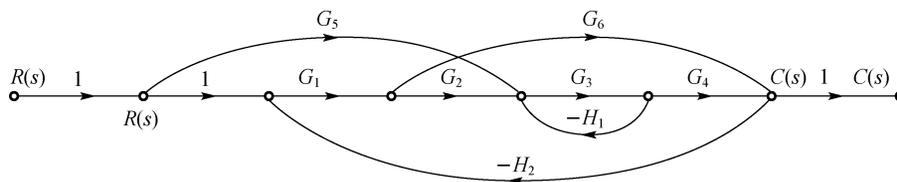


图 2-22 系统的信号流程图

解：本系统有三条前向通路，其增益分别为： $P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4$ ， $P_2 = G_5 G_3 G_4$  和  $P_3 = G_1 G_6$ 。有三个回路，其回路增益分别为： $L_1 = -G_1 G_2 G_3 G_4 H_2$ ， $L_2 = -G_1 G_6 H_2$  和  $L_3 = -G_3 H_1$ 。其中只有  $L_2$  和  $L_3$  两回路互不接触，故特征式为

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + (L_2 L_3) = 1 + G_1 G_2 G_3 G_4 H_2 + G_1 G_6 H_2 + G_3 H_1 + G_1 G_3 G_6 H_1 H_2$$

由于各回路均与前向通路  $P_1$ ， $P_2$  接触，故余子式  $\Delta_1 = \Delta_2 = 1$ 。前向通路  $P_3$  与回路  $L_3$  不接触，所以余子式  $\Delta_3 = 1 - L_3 = 1 + G_3 H_1$ 。用梅逊增益公式可得系统的传递函数为

$$\begin{aligned} \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{1}{\Delta} (P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + P_3 \Delta_3) \\ &= \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 + G_3 G_4 G_5 + G_1 G_6 (1 + G_3 H_1)}{1 + G_1 G_2 G_3 G_4 H_2 + G_1 G_6 H_2 + G_3 H_1 + G_1 G_3 G_6 H_1 H_2} \end{aligned}$$

【例 2-9】 已知系统结构图如图 2-23 所示，试求传递函数  $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。

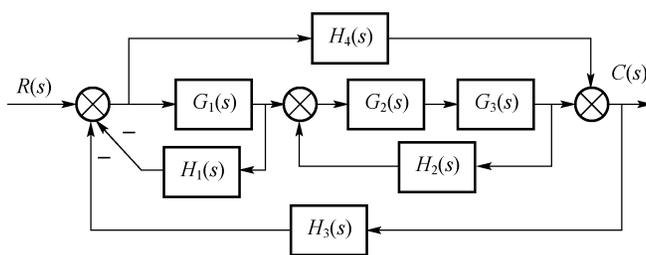


图 2-23 系统结构图

解：用梅逊增益公式求传递函数。在图 2-23 中，有两条前向通路，其前向通路的增益为  $P_1 = G_1 G_2 G_3$ ， $P_2 = H_4$ ；余子式为  $\Delta_1 = 1$ ， $\Delta_2 = 1 - G_2 G_3 H_2$ 。

有 4 个独立回路，其回路增益分别为： $L_1 = -H_3 H_4$ ， $L_2 = -G_1 G_2 G_3 H_3$ ， $L_3 = G_2 G_3 H_2$ ， $L_4 = -G_1 H_1$ ；有两组互不接触回路： $L_1$  和  $L_3$ ， $L_3$  和  $L_4$ 。所以，应用式(2-34)可写出系统的传递函数为

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 + H_4 (1 - G_2 G_3 H_2)}{1 + H_3 H_4 + G_1 G_2 G_3 H_3 - G_2 G_3 H_2 + G_1 H_1 - G_2 G_3 H_2 H_3 H_4 - G_1 G_2 G_3 H_1 H_2}$$

## 任务四 反馈控制系统的传递函数

### 任务描述

掌握反馈控制系统的开环传递函数、闭环传递函数和闭环系统误差传递函数的概念及求取方法。

### 任务分析

前文所述的传递函数都是在输入信号作用下讨论的。实际的控制系统不仅会受到输入信号的作用，还会受到干扰信号的作用。

图 2-24 所示是具有扰动作用的闭环系统结构图。图中， $R(s)$  表示控制输入信号， $N(s)$  表示干扰信号， $C(s)$  代表系统的输出信号， $E(s)$  代表误差信号。若将  $R(s)$  和  $N(s)$  分别看作系统的外作用， $C(s)$  和  $E(s)$  看作系统的输出，则图 2-24 所示的闭环系统就成为一个双输入-双输出系统。当两个输入量同时作用于线性系统时，可以先分别考虑各外作用的影响，然后应用叠加原理，即可得到闭环系统的总输出响应。

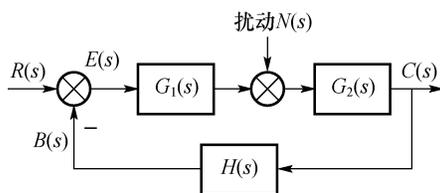


图 2-24 具有扰动作用的闭环系统结构图

### 一、系统的开环传递函数

在图 2-24 中，为了便于分析系统，常常在  $H(s)$  的输出端，即在反馈点处，“人为”地断开系统的主反馈通路。将前向通路的传递函数与反馈通路的传递函数的乘积称为系统的开环传递函数，用  $G(s)H(s)$  表示。它等于系统的反馈信号  $B(s)$  与偏差信号  $E(s)$  之比，即

$$G(s)H(s) = \frac{B(s)}{E(s)} = G_1(s)G_2(s)H(s) \quad (2-35)$$

### 提醒

需要指出的是，这里的开环传递函数是针对闭环系统而言的，而不是指开环系统的传递函数。

## 二、闭环系统的传递函数

### 1. 给定输入作用下的闭环传递函数

当只研究系统在控制输入作用时, 令  $N(s)=0$ , 可求出系统输出  $C(s)$  对输入  $R(s)$  的闭环传递函数  $\Phi(s)$  为

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (2-36)$$

### 2. 扰动输入作用下的闭环传递函数

当只研究系统在扰动输入作用时, 令  $R(s)=0$ , 可求得系统输出  $C(s)$  对扰动  $N(s)$  的闭环传递函数  $\Phi_n(s)$  为

$$\Phi_n(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (2-37)$$

### 3. 输入和扰动同时作用下系统的总输出

根据线性系统的叠加原理, 系统在多个输入作用下, 其总输出等于各输入单独作用所引起的输出分量的代数和。利用式(2-36)和式(2-37)可求得系统的总输出为

$$C(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)R(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)} + \frac{G_2(s)N(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

## 三、闭环系统的误差传递函数

### 1. 控制输入作用下的误差传递函数

在  $N(s)=0$  的情况下, 可求出系统的误差传递函数, 即

$$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (2-38)$$

### 2. 扰动输入作用下的误差传递函数

令  $R(s)=0$ , 可求出误差对扰动作用的闭环传递函数, 简称扰动误差传递函数, 即

$$\Phi_{en}(s) = \frac{E(s)}{N(s)} = \frac{-G_2(s)H(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (2-39)$$

### 3. 控制输入和扰动同时作用下系统的总误差

利用式(2-38)和式(2-39), 可求出系统在控制输入和扰动输入同时作用下系统的总误差为

$$E(s) = \frac{R(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)} + \frac{-G_2(s)H(s)N(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

不难发现, 4 种闭环传递函数  $\Phi(s)$ ,  $\Phi_n(s)$ ,  $\Phi_e(s)$  和  $\Phi_{en}(s)$  具有相同的分母, 即

$$1+G_1(s)G_2(s)H(s) = 1+G(s)H(s)$$

这正是闭环控制系统的本质特征。通常把这个分母多项式称为闭环系统的特征多项式。

$1+G(s)H(s)=0$  称为闭环系统的特征方程。特征方程的根称为闭环系统的根或极点。

**【例 2-10】** 已知系统结构图如图 2-25 所示, 试求传递函数  $\Phi(s)$  和  $\Phi_n(s)$  的表达式。



**解：**首先求系统的闭环传递函数  $\Phi(s)$ ，这时令干扰信号  $N(s)=0$ 。由图 2-25 可见，从输入到输出有两条前向通路、两个回路，没有互不接触的回路，所有回路均与前向通路相接触。因此有

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4, \quad P_2 = G_0 G_2 G_3 G_4, \quad \Delta_1 = 1, \quad \Delta_2 = 1$$

$$L_1 = -G_3 G_4 H, \quad L_2 = -G_1 G_2 G_3 G_4$$

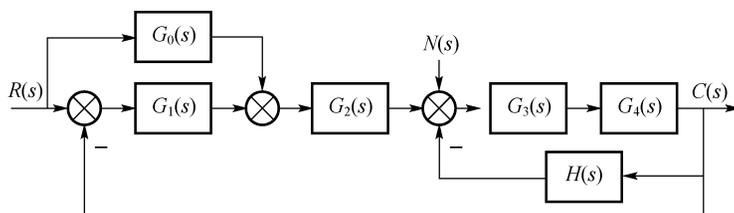


图 2-25 系统结构图

所以，控制输入作用下系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{G_2(s) G_3(s) G_4(s) [G_1(s) + G_0(s)]}{1 + G_3(s) G_4(s) H(s) + G_1(s) G_2(s) G_3(s) G_4(s)}$$

当求干扰作用下系统的闭环传递函数  $\Phi_n(s)$  时，令输入信号  $R(s)=0$ 。由图 2-25 可见，从干扰到输出只有一条前向通路，回路不变，即

$$P_1 = G_3 G_4, \quad \Delta_1 = 1$$

因此，干扰作用下系统的闭环传递函数为

$$\Phi_n(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{G_3(s) G_4(s)}{1 + G_3(s) G_4(s) H(s) + G_1(s) G_2(s) G_3(s) G_4(s)}$$

## 项目小结

数学模型是描述系统输入、输出以及内部各变量之间关系的数学表达式，是对系统进行理论分析研究的主要依据。一般是先分析系统中各元部件的工作原理，然后利用有关定理，舍去次要因素并进行适当的线性化处理，最后获得既简单又能反映系统动态本质的数学模型。

微分方程是系统的时域数学模型。正确地理解和掌握系统的工作过程、各元部件的工作原理是建立系统微分方程的前提。

传递函数是在零初始条件下系统的输出拉氏变换和输入拉氏变换之比，是经典控制理论中重要的数学模型。熟练掌握和运用传递函数的概念，有助于分析和研究复杂系统。

结构图是用图形表示的数学模型，具有直观形象的特点。其优点是可以方便地应用梅逊增益公式求复杂系统的传递函数。

求系统的传递函数常有三种方法：微分方程取拉氏变换法、结构图等化简法和梅逊增益公式法。

控制系统常用的传递函数有开环传递函数  $G(s)$  和  $H(s)$ 、闭环传递函数  $\Phi(s)$  和  $\Phi_n(s)$  以及误差传递函数  $\Phi_e(s)$  和  $\Phi_{en}(s)$ ，这些函数在系统分析和设计中具有十分重要的地位。